



Mesures du coefficient de corrélation angulaire B-v dans les transitions B nucléaires

E. Liénard

► To cite this version:

E. Liénard. Mesures du coefficient de corrélation angulaire B-v dans les transitions B nucléaires. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 2010. tel-00577620

HAL Id: tel-00577620

<https://theses.hal.science/tel-00577620>

Submitted on 17 Mar 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mesures du coefficient de corrélation angulaire β - ν dans les
transitions β nucléaires

Etienne Liénard

Habilitation à Diriger des Recherches

Avril 2010

Table des matières

Introduction	6
I. De H à a ...	8
I.1. Introduction	8
I.2. Le formalisme de DIRAC	9
I.2.1. Origine de l'équation de DIRAC	9
I.2.2. Forme covariante et matrices γ	12
I.2.3. Les courants de base invariants de Lorentz	14
I.2.4. Propriétés complémentaires des matrices γ	16
I.2.5. Solutions en ondes planes et approximation non relativiste	17
I.2.6. Les relations de complétude	19
I.2.7. Interprétation des solutions et définition de l'hélicité	20
I.2.8. Transformations des champs et des courants de DIRAC sous C, P et T	22
I.2.8.1. Inversion de l'espace, P	22
I.2.8.2. La conjugaison de charge, C	23
I.2.8.3. Le renversement du temps, T	25
I.2.8.4. Transformations des invariants de Lorentz sous C, P et T	27
I.3. La décroissance β nucléaire	30
I.3.1. Le formalisme de Fermi	31
I.3.2. L'Hamiltonien général de la désintégration β	31
I.3.3. Transformations de l'Hamiltonien général sous C, P et T	32
I.3.4. L'élément de matrice de transition V_{fi}	34
I.3.5. Corrélation de particules en absence de polarisation	37
I.3.6. Le cadre du Modèle Standard et au-delà	43
I.3.7. Les constantes de couplages C_V et C_A	45
I.3.7.1. Les éléments de matrice nucléaire et les règles de sélection	46
I.3.7.2. Les transitions superpermises et l'hypothèse CVC	47
I.3.7.3. La valeur de C_A en milieu nucléaire	49
I.4. Conclusion et discussion	52
II. La mesure du paramètre a	54
II.1. Les techniques de mesure	54
II.1.1. Les mesures directes	54
II.1.2. Les mesures indirectes	58
II.2. Etat des lieux	62
II.3. Historique des expériences réalisées avec l' ^6He	65

III. L'expérience ${}^6\text{He}$ sur LIRAT	68
III.1. Introduction	68
III.2. Le faisceau radioactif	69
III.2.1. Choix du noyau	69
III.2.2. Les caractéristiques du faisceau ${}^6\text{He}$ à LIRAT	70
III.3. Le dispositif LPCTrap	72
III.3.1. Principe	72
III.3.2. Optimisation et performance	74
III.4. Le système de détection	79
III.5. Résultats	82
III.5.1. La mise en exploitation de LPCTrap	82
III.5.2. La première campagne de mesure de 2006	83
III.5.2.1. Etalonnage	84
III.5.2.2. Le bruit de fond	84
III.5.2.3. Les effets expérimentaux	85
III.5.2.4. Une première valeur de a	86
III.5.3. La campagne de mesure de 2008	90
IV. Conclusion et perspectives	92
IV.1. Mesure du <i>shake-off</i>	94
IV.2. Mesure du paramètre a dans la décroissance du noyau ${}^8\text{He}$	97
IV.3. Mesure du paramètre a dans les transitions miroirs	101
Annexes	106
ANNEXE 1	106
A low energy facility for SPIRAL, Bordeaux, 13 mars 1998	
<i>Study of β-ν angular correlation in nuclear β decay</i> , E Liénard et al.	
ANNEXE 2	109
International Conference on Nuclear Physics at Border Lines (NPBL),	
Lipari, Italie, 21-24 mai 2001	
<i>Study of β-ν angular correlation in nuclear β decay</i> , E Liénard et al.	
ANNEXE 3	113
<i>Performance of a micro-channel plates position sensitive detector</i>	
E Liénard et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 551 (2005) 375.	
ANNEXE 4	125
Frontiers in Nuclear Structure, Astrophysics and Reactions (FINUSTAR),	
Ile de Kos, Grèce, 12-17 septembre 2005	
<i>Measurement of the β-ν correlation in ${}^6\text{He}$ using a transparent Paul trap</i> ,	
E Liénard et al.	

ANNEXE 5	130
<p>Trapped Charged Particles and Fundamental Physics (TCP 2006), Parksville, Canada, 3-8 septembre 2006</p> <p><i>The LPCTrap experiment : measurement of the β-ν angular correlation in ${}^6\text{He}$ using a transparent Paul trap</i>, E Liénard et al., Hyp. Int. 172 (2006) 29.</p>	
ANNEXE 6	135
<p><i>Paul trapping of radioactive ${}^6\text{He}^+$ ions and direct observation of their β decay</i>, X. Fléchar, E Liénard et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 212504.</p>	
Bibliographie	140

Introduction

Le Modèle Standard (MS), décrivant la physique des particules, est probablement l'une des plus grandes réussites du XX^{ème} siècle dans le domaine de la physique. Sa robustesse et son pouvoir prédictif sans précédent en ont scellé la base, offrant ainsi aux "particulistes" un cadre théorique sûr, un véritable guide pour leur recherche.

Pour autant, il ne s'agit pas de la théorie ultime incluant, sans ambiguïté, l'ensemble des interactions fondamentales : la gravitation n'y trouve pas sa place et un certain nombre d'hypothèses de base n'ont pas de fondement théorique clair telles que, par exemple, le nombre de générations de fermions et la valeur des masses des particules élémentaires. Ce modèle comporte donc des limites que les expériences menées depuis quelques décennies n'ont eu de cesse de vouloir mettre en évidence. Toutes les interactions entre particules y sont décrites par l'échange de bosons plus ou moins massifs selon le type de couplage. Dans le cas de l'interaction faible, les expériences menées pour mettre en évidence une contribution exotique (au-delà du MS) peuvent alors se classer en deux familles complémentaires :

- 1) Collisions de particules à haute énergie : l'énergie disponible dans ces collisions permet de créer directement les bosons massifs recherchés.
- 2) Mesures de précision à basse énergie : les "traces" laissées par les contributions exotiques sont cherchées en mesurant précisément dans les décroissances β certains paramètres qui sont censés y être sensibles.

Le sujet présenté dans ce texte se situe dans le cadre des mesures de précision à basse énergie. C'est le fruit d'un travail commun du groupe *Interactions fondamentales* du LPC-Caen, produit sur une décennie environ et dont la première phase approche aujourd'hui de son terme. L'objectif du projet initial était de mesurer précisément le coefficient de corrélation angulaire β - ν dans la décroissance β des noyaux ^6He . Ce coefficient, communément représenté par la lettre a , peut être interprété en termes des constantes de couplage de l'interaction en dérivant un modèle phénoménologique à basse énergie à partir d'un Hamiltonien général et minimal respectant l'invariance de Lorentz.

L'objectif poursuivi dans le travail présenté ici est double :

- 1) Donner l'état des lieux de notre expérience en fin de parcours, en la resituant dans son cadre théorique et expérimental.
- 2) Présenter quelques perspectives de notre groupe dans le domaine, à court et moyen termes.

La clef de voute des expériences de corrélation à basse énergie est l'expression du taux d'événements attendus selon les paramètres mesurés. La dérivation de cette expression à partir des concepts théoriques de base n'est pas triviale et elle passe inévitablement par quelques approximations. C'est le sujet de la première partie. Le calcul adapté à notre cas est complètement détaillé, ce qui a permis de relever sans ambiguïté les approximations effectuées. Une discussion sur leur impact est tentée en conclusion.

Les techniques de mesure sont développées de manière générale dans la deuxième partie. Les dispositifs expérimentaux mis en œuvre sont rapidement évoqués et un état des lieux des résultats actuels est présenté avec, en particulier, un bilan des mesures existantes avec l' ^6He .

La troisième partie est consacrée à notre expérience. Sa description est complète mais peu détaillée car elle a déjà été faite dans d'autres documents (thèses essentiellement) et elle le

sera dans une nouvelle thèse à laquelle cette habilitation ne veut pas se substituer. Cette partie est illustrée par des articles et des comptes-rendus de conférences placés en annexes et pour lesquels ma contribution a été significative.

Enfin, la dernière partie aborde quelques perspectives envisagées au LPC-Caen dans le même domaine, en liaison avec les faisceaux disponibles au GANIL.

I. De H à a ...

I.1. Introduction

Les formules de référence utilisées dans le cadre des mesures de corrélation angulaire en désintégration β nucléaire sont celles de Jackson *et al.* publiées en 1957 [Jack57, Jack57b]. Il m'a paru intéressant de refaire le calcul complet, explicitement, et ceci pour des raisons multiples.

Tout d'abord, la majorité des chercheurs du LPC qui se sont impliqués dans le développement du dispositif de confinement installé au GANIL et ayant comme premier objectif l'étude précise de la corrélation angulaire dans la décroissance de ${}^6\text{He}$, sont issus de communautés diverses n'ayant pas l'étude des interactions fondamentales pour tradition. Dans ce contexte, il me semblait important que des écrits soient produits sur ce qu'on appelle communément la "physique" étudiée dans le projet expérimental. Si le Modèle Standard est bien décrit dans la première thèse du groupe [Dela02], ses conséquences et recherches d'extensions en désintégration β nucléaire n'ont été développées que succinctement jusqu'à aujourd'hui dans l'ensemble des travaux produits par le groupe. Le sujet est très vaste et, n'est traitée ici que la partie concernant les corrélations angulaires dans les décroissances de noyaux non polarisés. Le calcul explicite permet de fixer de façon claire le cadre théorique et éventuellement ses limites selon les approximations effectuées.

Le terrain avait été débroussaillé lors de mon séjour en Uruguay (printemps 2004) avec l'aide avisée du Professeur Gabriel Gonzáles de l'institut de physique de Montevideoⁱ. La procédure suivie est celle de Kaëllén [Kael64] qui propose un développement assez détaillé du sujet dans le chapitre 13. Les équations ont toutefois été adaptées à la nouvelle notation des matrices de Dirac. Dans ce travail, j'ai tenu à tout démontrer. J'y suis pratiquement arrivé grâce à différents ouvrages [Kael64, Murr68, Halz84, Kran87, Burc95]. Ils ne seront pas cités explicitement dans le texte, sauf pour quelques points particuliers.

La démonstration de chaque expression, quand ce fut possible, rend probablement la lecture du texte dans son ensemble assez indigeste. Ce genre d'exercice n'est pas trivial pour l'expérimentateur que je suis, et il présente certainement des limites "théoriques" qui m'échappent : méthode simpliste, manque de rigueur, notations inadaptées, ... Peu importe, ces pages s'adressent d'abord aux expérimentateurs non avertis et soucieux d'en apprendre un peu plus sur les facettes théoriques de la "physique" qu'ils étudient. Une lecture du texte peut être menée en évitant les démonstrations *inutiles* écrites en caractère réduit.

Le calcul explicite de ' H à a ' nécessite une utilisation incessante du formalisme de Dirac (algèbre des matrices γ , spineurs, transformations sous les opérations de symétrie, ...). Plutôt que de renvoyer continuellement le lecteur à des annexes, ce formalisme est décrit en première patrie. Le deuxième morceau concerne le calcul proprement dit. Pour le lecteur repu d'équations théoriques, la fin de cette partie (à partir du point I.3.6) sera probablement plus intéressante car on y analyse le cadre du Modèle Standard et quelques conséquences. Enfin, le dernier point présente un embryon de discussion sur les différentes approximations effectuées dans le développement théorique.

ⁱ Instituto de fisica, facultad de Ciencias, Iguá 4225, 11400 Montevideo, Uruguay

I.2. Le formalisme de Dirac

I.2.1. Origine de l'équation de Dirac

En mécanique quantique l'équation de Schrödinger est suffisante dans de nombreux domaines, mais elle n'est pas relativiste. Pour une particule de masse m d'impulsion \vec{p} évoluant dans un potentiel V , elle s'écrit simplement en appliquant le principe de correspondance sur la conservation de l'énergie E :

$$p^2/2m + V(\vec{r}, t) = E$$

$$\rightarrow \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}, t) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right] \psi(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{I.2.1})$$

Cette expression se justifie pleinement car elle permet d'établir facilement l'équation de continuité qui relie la variation d'une densité à celle d'un courant. Cette équation est obtenue en soustrayant l'équation (I.2.1) multipliée par ψ^* de son équation conjuguée multipliée par ψ :

$$i\hbar \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right] + \frac{\hbar^2}{2m} [\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*] = 0$$

$$\leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\psi^* \psi) + \frac{\hbar}{2im} \vec{\nabla} \cdot (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) = 0$$

Cette expression équivaut à $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (\text{I.2.2})$

avec $\rho = \psi^* \psi$ (densité de probabilité)

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) \quad (\text{densité de courant de probabilité})$$

Cette interprétation ne pose pas de souci car ρ est une quantité positive. L'équation de Schrödinger, non relativiste, n'est pas adéquate pour décrire des phénomènes mettant en jeu des particules qui évoluent à une vitesse proche de celle de la lumière (c). C'est le cas par exemple de la radioactivité β dans laquelle les électrons émis sont relativistes et les neutrinos, particules sans masse, se déplacent à la vitesse c .

Une équation relativiste peut être établie en appliquant le principe de correspondance sur la relation reliant l'énergie totale E d'une particule de masse m à son impulsion \vec{p} :

$$p^2 c^2 + m^2 c^4 = E^2 \quad (\text{I.2.3a})$$

$$\rightarrow \left(\nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (\text{I.2.3b})$$

C'est l'équation de Klein-Gordon. En la multipliant par $i\psi^*$, son équation conjuguée par $i\psi$, et en soustrayant les deux expressions, une équation de continuité est aussi obtenue :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} [i(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t})] + \vec{\nabla} \cdot [-i(\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*)] = 0 \quad (I.2.4)$$

si $\rho = \frac{i}{c^2} (\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t})$ et $\vec{j} = \frac{1}{i} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*)$

Le courant est exactement identique au cas de Schrödinger (l'ensemble de l'équation (I.2.4) peut être multipliée par $\hbar/2m$). En revanche, ρ est différent et il n'est plus nécessairement positif. Ce fait rend problématique son interprétation comme une densité de probabilité. Pauli et Weisskopfⁱ ont résolu ce problème en interprétant ψ non plus comme une simple fonction d'onde décrivant une seule particule, mais comme un objet décrivant un champ de particules relativistes de masse m . Il peut ainsi décrire un champ contenant des particules de charge positive ou négative. De cette façon la quantité $e\rho$ est interprétée comme une densité de charge électrique qui peut être aussi bien négative que positive. L'équation de Klein-Gordon est toujours utilisée pour décrire les propriétés des particules sans spin comme les pions par exemple.

Une approche alternative pour construire une équation d'onde relativiste a été réalisée par Dirac. Il voulait une équation qui soit invariante par transformation de Lorentz et qui évite le problème des densités de probabilité négatives rencontré par l'équation de Klein-Gordon. Il fallait pour cela que son expression soit différentielle au premier ordre dans la variable temps. La symétrie qui est observée entre les coordonnées d'espace et de temps dans les transformations de Lorentz suggère alors que l'équation soit aussi différentielle au premier ordre dans les variables d'espace. **L'équation de Dirac** présente donc la forme suivante (en unités naturelles : $\hbar = c = 1$) :

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m] \psi = E \psi$$

$$\rightarrow \boxed{[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] \psi = i \frac{\partial \psi}{\partial t}} \quad (I.2.5)$$

où ψ est la fonction d'onde associée à une particule de masse m .

Pour que ce soit une équation relativiste appropriée, il faut qu'une particule libre suive la relation énergie - moment (I.2.3a), c'est-à-dire que ψ satisfasse l'équation de Klein-Gordon (I.2.3b).

Multiplions (I.2.5) à gauche par $[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m]$:

$$\underbrace{[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m]}_{(a)} \psi = \underbrace{[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] i}_{(b)} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (I.2.6)$$

Comme $\frac{\partial}{\partial t}$ et $[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m]$ commutent,

$$(b) = i \frac{\partial}{\partial t} [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] \psi = i^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

Développons (a) :

ⁱ Voir par exemple [Muir68] page 55.

$$\begin{aligned}
& [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] \psi = \\
& [-(\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla})(\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}) - i(\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla})\beta m - i\beta m(\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}) + \beta^2 m^2] \psi = \\
& [-\sum_{i=1}^3 \alpha_i \frac{\partial}{\partial x^i} \sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{\partial}{\partial x^j} - im \sum_{i=1}^3 \alpha_i \beta \frac{\partial}{\partial x^i} - im \sum_{i=1}^3 \beta \alpha_i \frac{\partial}{\partial x^i} + \beta^2 m^2] \psi
\end{aligned}$$

Le premier terme de cette expression vaut :

$$\begin{aligned}
& -(\alpha_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x^1 \partial x^1} + \alpha_2^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2 \partial x^2} + \alpha_3^2 \frac{\partial^2}{\partial x^3 \partial x^3} + \alpha_1 \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial x^1 \partial x^2} + \alpha_1 \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial x^1 \partial x^2} \\
& + \alpha_1 \alpha_3 \frac{\partial^2}{\partial x^1 \partial x^3} + \alpha_3 \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^3 \partial x^1} + \alpha_2 \alpha_3 \frac{\partial^2}{\partial x^2 \partial x^3} + \alpha_3 \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial x^3 \partial x^2}) = \\
& -(\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j}) \quad i \neq j
\end{aligned}$$

Finalement, l'équation (I.2.6) se développe comme suit :

$$[-\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^i} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j} - im \sum_{i=1}^3 (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) \frac{\partial}{\partial x^i} + \beta^2 m^2] \psi = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

Cette expression s'apparente à l'équation de Klein-Gordon (I.2.3b) en unités naturelles si

$$\boxed{\begin{cases} \alpha_i^2 = \beta^2 = 1 \\ \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0 \quad \text{si } i \neq j \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0 \end{cases}} \quad (\text{I.2.7})$$

Les deux dernières relations d'anti-commutation suggèrent que les α_i et β soient des matrices et non de simples nombres. La première relation permet de déduire que les valeurs propres sont égales à ± 1 .

Or, comme les traces de produits de matrices en permutation cyclique sont égales ($\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(CAB) = \text{Tr}(BCA)$), il vient :

$$\begin{aligned}
\text{Tr}(\alpha_i) &= \text{Tr}(\beta^2 \alpha_i) = \text{Tr}(\beta \alpha_i \beta) = -\text{Tr}(\beta^2 \alpha_i) = -\text{Tr}(\alpha_i) \\
&\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
\beta^2 &= 1 \quad \text{perm. cycl.} \quad (\text{I.2.7})
\end{aligned}$$

Ceci implique que $\text{Tr}(\alpha_i) = 0$, et par le même principe $\text{Tr}(\beta) = 0$. De plus, puisque les traces de ces matrices sont égales à la somme de leurs valeurs propres, elles sont forcément de dimension paire. Il faut au moins des matrices de dimension quatre pour reproduire toutes les contraintes (I.2.7). Plusieurs solutions sont possibles, et une des plus usitées est la représentation de Pauli-Dirac :

$$\boxed{\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}} \quad (\text{I.2.8})$$

où I est la matrice unité et les σ_i sont les matrices de Pauli :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Forcément, la fonction d'onde ψ est aussi une matrice qui contient quatre éléments. Elle permet de tenir compte du fait qu'une particule peut exister dans des états distincts, avec par exemple des orientations de spins différentes et la même impulsion.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

Pour retrouver l'équation de continuité (I.2.2), il faut introduire la fonction d'onde hermitienne conjuguée de ψ :

$$\psi^+ = (\psi_1^* \ \psi_2^* \ \psi_3^* \ \psi_4^*)$$

L'équation hermitienne conjuguée de (I.2.5) est :

$$-i \frac{\partial \psi^+}{\partial t} = i \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \psi^+}{\partial x_i} \alpha_i^+ + m \psi^+ \beta^+ \quad (I.2.9)$$

Soustrayons (I.2.5) multiplié à gauche par ψ^+ et (I.2.9) multiplié à droite par ψ :

$$\begin{aligned} i(\psi^+ \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi^+}{\partial t} \psi) &= -i \sum_{i=1}^3 \psi^+ \alpha_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} - i \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \psi^+}{\partial x_i} \alpha_i^+ \psi + m \psi^+ \beta \psi - m \psi^+ \beta^+ \psi \\ -\frac{\partial}{\partial t} (\psi^+ \psi) &= \sum_{i=1}^3 (\psi^+ \alpha_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} + \frac{\partial \psi^+}{\partial x_i} \alpha_i^+ \psi) + im(\psi^+ \beta \psi - \psi^+ \beta^+ \psi) \end{aligned}$$

Cette équation s'apparente à l'équation de continuité puisque les matrices α_i et β sont choisies hermitiennes :

$$\boxed{\alpha_i = \alpha_i^+ \quad \text{et} \quad \beta = \beta^+} \quad (I.2.10)$$

$$\text{avec} \quad \rho = \psi^+ \psi \quad \text{et} \quad \vec{j} = \psi^+ \vec{\alpha} \psi \quad (I.2.11)$$

De nouveau, ρ est positif et il peut être interprété comme une densité de probabilité sans ambiguïté.

I.2.2. Forme covariante et matrices γ

L'équation de Dirac est souvent écrite sous une forme covarianteⁱ en introduisant les matrices γ^μ appelées "matrices de Dirac". Pour cela, l'équation (I.2.5) est multipliée à gauche par β :

$$\begin{aligned} [i\beta \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + m]\psi &= i\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad \rightarrow \quad [i\beta \frac{\partial}{\partial t} + i\beta \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - m]\psi = 0 \\ \rightarrow \quad [i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i \sum_{k=1}^3 \gamma^k \frac{\partial}{\partial x^k} - m]\psi &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{[i\gamma^\mu \partial_\mu - m]\psi = 0} \quad (I.2.12)$$

$$\text{où} \quad \gamma^\mu = (\beta, \beta \vec{\alpha}), \quad \partial_\mu = (\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}) \quad (\text{dérivée covariante})$$

ⁱ Forme covariante d'un quadrvecteur: $A_\mu (A^0, -\vec{A})$, impulsion $p_\mu (E, -\vec{p})$

La forme contravariante associée est : $A^\mu (A^0, \vec{A})$

Les relations (I.2.7) permettent de déduire la relation d'anti-commutation globale suivante pour les matrices γ :

$$\boxed{\gamma^\mu \gamma^\lambda + \gamma^\lambda \gamma^\mu = 2g^{\mu\lambda}} \quad (\text{I.2.13})$$

$$\text{où} \quad g^{\mu\lambda} = \begin{cases} +1 & \text{si } \mu = \lambda = 0 \\ -1 & \text{si } \mu = \lambda \neq 0 \\ 0 & \text{si } \mu \neq \lambda \end{cases}$$

En effet,

$$\begin{aligned} \text{si } \mu = \lambda = 0, & \quad \gamma^\mu \gamma^\lambda = \gamma^\lambda \gamma^\mu = \beta\beta = 1 \quad \rightarrow \quad \gamma^\mu \gamma^\lambda + \gamma^\lambda \gamma^\mu = 2; \\ \text{si } \mu, \lambda \neq 0, & \quad \gamma^\mu \gamma^\lambda = \beta\alpha^\mu \beta\alpha^\lambda = -\beta\beta\alpha^\mu \alpha^\lambda = -\alpha^\mu \alpha^\lambda \\ & \quad \gamma^\lambda \gamma^\mu = \beta\alpha^\lambda \beta\alpha^\mu = -\beta\beta\alpha^\lambda \alpha^\mu = -\alpha^\lambda \alpha^\mu \\ & \rightarrow \quad \gamma^\mu \gamma^\lambda + \gamma^\lambda \gamma^\mu = -\alpha^\mu \alpha^\lambda - \alpha^\lambda \alpha^\mu = -2\delta^{\mu\lambda} \end{aligned}$$

Dans la représentation de Pauli-Dirac (I.2.8), les matrices γ prennent les formes suivantes :

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

Outre la relation (I.2.13), elles possèdent les propriétés suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned} (\gamma^0)^2 &= \beta^2 = I \\ (\gamma^k)^2 &= (\beta\alpha^k)(\beta\alpha^k) = -I \\ \gamma^{0+} &= \beta^+ = \beta = \gamma^0 \\ \gamma^{k+} &= (\beta\alpha^k)^+ = \alpha^{k+} \beta^+ = \alpha^k \beta = -\gamma^k \end{aligned}} \quad (\text{I.2.14})$$

Les deux dernières relations peuvent se réduire à : $\gamma^{\mu+} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$

$$\begin{aligned} \text{en effet,} \quad \text{si } \gamma^\mu = \gamma^0, \gamma^{\mu+} &= \gamma^{0+} = \gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 = \gamma^0 \\ \text{si } \gamma^\mu = \gamma^k, k \neq 0, \gamma^{\mu+} &= \gamma^{k+} = \gamma^0 \gamma^k \gamma^0 = \beta(\beta\alpha^k)\beta = \alpha^k \beta = -\gamma^k \end{aligned}$$

Une matrice supplémentaire est définie à partir du produit des quatre matrices ci-dessus :

$$\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \quad \rightarrow \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Elle possède les propriétés suivantes :

$$\boxed{(\gamma^5)^2 = I \quad \gamma^{5+} = \gamma^5 \quad \{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0} \quad (\text{I.2.15})$$

Pour retrouver l'équation de continuité, il faut exprimer l'équation hermitienne conjuguée de (I.2.12) :

$$\begin{aligned} -i \frac{\partial \psi^+}{\partial t} \gamma^{0+} - i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \psi^+}{\partial x^k} \gamma^{k+} - m \psi^+ &= 0 \\ -i \frac{\partial \psi^+}{\partial t} \gamma^0 + i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \psi^+}{\partial x^k} \gamma^k - m \psi^+ &= 0 \end{aligned}$$

L'équation obtenue ne peut être écrite sous une forme covariante car les deux termes imaginaires possèdent des signes différents. En multipliant à droite par γ^0 , cette différence de signe disparaît :

$$\begin{aligned} -i \frac{\partial \psi^+}{\partial t} \gamma^0 \gamma^0 + i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \psi^+}{\partial x^k} \gamma^k \gamma^0 - m \psi^+ \gamma^0 &= 0 \\ -i \frac{\partial (\psi^+ \gamma^0)}{\partial t} \gamma^0 - i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial (\psi^+ \gamma^0)}{\partial x^k} \gamma^k - m \psi^+ \gamma^0 &= 0 \end{aligned}$$

La quantité $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ est appelée l'adjointe de ψ .

$$\boxed{i \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + m \bar{\psi} = 0} \quad (\text{I.2.16})$$

C'est la forme covariante de l'équation adjointe.

Pour obtenir l'équation de continuité, l'équation de Dirac (I.2.12), multipliée à gauche par $\bar{\psi}$, est additionnée à son équation adjointe (I.2.16) multipliée à droite par ψ :

$$\begin{aligned} i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \bar{\psi} m \psi + i (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi + m \bar{\psi} \psi &= 0 \\ \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi &= 0 \\ \partial_\mu (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) &= 0 \end{aligned}$$

Cette expression s'apparente à l'équation de continuité, avec $j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$:

$$\begin{aligned} \text{si } \mu = 0 & \quad j^0 = \bar{\psi} \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \psi = \rho \\ \text{si } \mu = k \neq 0 & \quad j^k = \bar{\psi} \gamma^k \psi = \psi^\dagger \beta \alpha^k \psi = \psi^\dagger \alpha^k \psi \end{aligned}$$

Il s'agit bien des relations (I.2.11).

I.2.3. Les courants de base invariants de Lorentz

A partir des matrices γ , une base de 16 matrices indépendantes est créée :

$$\begin{array}{ccccc} I & \gamma^\mu & \gamma^\mu \gamma^\nu (\mu < \nu) & \gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\nu (\lambda < \mu < \nu) & \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \\ [1] & [4] & [6] & [4] & [1] \end{array}$$

Le nombre entre crochets correspond au nombre de matrices de chaque type. Au-delà d'un produit de quatre matrices, au moins deux d'entre-elles seraient identiques, et par les relations d'anti-commutation (I.2.13), le produit se réduirait au maximum à trois matrices. A partir de cette base, les formes les plus générales des "courants", invariants de Lorentz, sont construites :

$$\boxed{\begin{array}{ll} \bar{\psi} \psi & \text{(scalaire)} \\ \bar{\psi} \gamma^\mu \psi & \text{(vecteur)} \\ \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi & \text{(tenseur)} \\ \bar{\psi} \gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\nu \psi = i \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\epsilon \psi & \text{(vecteur axial)} \\ \bar{\psi} \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \psi = \bar{\psi} \gamma^5 \psi & \text{(pseudo-scalaire)} \end{array}} \quad (\text{I.2.17})$$

$$\text{où} \quad \sigma^{\mu\nu} = i(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)/2$$

Lors d'une transformation de Lorentz, ces expressions présentent les comportements caractéristiques indiqués entre parenthèses. Pour démontrer cela, il est nécessaire au préalable d'exprimer les transformations des fonctions d'onde et des matrices γ .

Soit l'équation de Dirac exprimée dans deux repères (x et x') reliés par une transformation de Lorentz :

$$i \gamma^\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x^\mu} - m \psi(x) = 0 \quad \text{et} \quad i \gamma'^\alpha \frac{\partial \psi'(x')}{\partial x'^\alpha} - m \psi'(x') = 0 \quad (\text{I.2.18})$$

avec $x'^\alpha = \lambda^{\alpha\mu} x^\mu$ où $\lambda^{\alpha\mu}$ est la matrice associée à la transformation.

Il existe forcément une relation entre $\psi(x)$ et $\psi'(x')$: $\psi'(x') = S \psi(x)$ et $\psi(x) = S^{-1} \psi'(x')$

$$\begin{aligned}
&\rightarrow i\gamma^\mu \frac{\partial(S^{-1}\psi'(x'))}{\partial x^\mu} - mS^{-1}\psi'(x') = 0 \\
&\quad i\gamma^\mu S^{-1} \frac{\partial(\psi'(x'))}{\partial x^\mu} - mS^{-1}\psi'(x') = 0 \\
\text{Or} \quad x'^\alpha = \lambda^{\alpha\mu} x^\mu &\rightarrow \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \frac{\partial}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\mu} = \lambda^{\alpha\mu} \frac{\partial}{\partial x'^\alpha} \\
&\rightarrow iS\gamma^\mu S^{-1} \lambda^{\alpha\mu} \frac{\partial(\psi'(x'))}{\partial x'^\alpha} - mS^{-1}\psi'(x') = 0
\end{aligned}$$

Cette dernière relation est équivalente à (I.2.18) si : $S\gamma^\mu S^{-1} \lambda^{\alpha\mu} = \gamma^\alpha$ (I.2.19)

Enfin, l'adjointe de ψ se transforme comme suit :

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}' &= \psi'^+ \gamma^0 = (S\psi)^+ \gamma^0 = \psi^+ S^+ \gamma^0 = \psi^+ \gamma^0 \gamma^0 S^+ \gamma^0 = \bar{\psi} S^{-1} \\
\text{car}^i \quad \gamma^0 S^+ \gamma^0 &= S^{-1}
\end{aligned} \quad (I.2.20)$$

Les relations (I.2.19) et (I.2.20) permettent de déterminer l'effet d'une transformation de Lorentz sur les cinq expressions (I.2.17).

➤ **Elément $\bar{\psi}\psi$**

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}(x)\psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}'(x')\psi'(x') \\
&= \bar{\psi}(x)S^{-1}S\psi(x) \quad \text{par (I.2.20)} \\
&= \bar{\psi}(x)\psi(x)
\end{aligned}$$

Ce terme n'est pas modifié, il se comporte comme un scalaire (S).

➤ **Elément $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$**

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}'(x')\gamma^\mu\psi'(x') \\
&= \bar{\psi}(x)S^{-1}\gamma^\mu S\psi(x) \quad \text{par (I.2.20)} \\
&= \lambda^{\mu\alpha}\bar{\psi}(x)\gamma^\alpha\psi(x) \quad \text{par (I.2.19)}
\end{aligned}$$

Ce terme se transforme comme un vecteur (V).

➤ **Elément $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^\nu\psi$ avec $\mu < \nu$**

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^\nu\psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}'(x')\gamma^\mu\gamma^\nu\psi'(x') \\
&= \bar{\psi}(x)S^{-1}\gamma^\mu\gamma^\nu S\psi(x) \quad \text{par (I.2.20)} \\
&= \bar{\psi}(x)S^{-1}\gamma^\mu S S^{-1}\gamma^\nu S\psi(x) \\
&= \lambda^{\mu\alpha}\lambda^{\nu\beta}\bar{\psi}(x)\gamma^\alpha\gamma^\beta\psi(x) \quad \text{par (I.2.19)}
\end{aligned}$$

Ce terme se transforme comme un tenseur (T).

➤ **Elément $\bar{\psi}\gamma^5\psi$**

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}(x)\gamma^5\psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}'(x')\gamma^5\psi'(x') \\
&= \bar{\psi}(x)S^{-1}\gamma^5 S\psi(x) \quad \text{par (I.2.20)} \\
&= \bar{\psi}(x)\gamma^5\psi(x)
\end{aligned}$$

carⁱⁱ $S^{-1}\gamma^5 S = \gamma^5$ dans le cas d'une transformation de Lorentz "propre" (translation ou rotation dans l'espace-temps avec $\det(\text{matrice})=+1$).

ⁱ voir [Muir68] section 3.3m

ⁱⁱ Voir [Muir68] page 86.

Ce courant se transforme donc comme un scalaire. Toutefois, dans le cas particulier d'une inversion dans l'espace (parité), S est égal à γ^0 . En effet, c'est bien $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ et non ψ^\dagger qui obéit à l'équation de Dirac covariante. Dès lors :

$$S^{-1} \gamma^5 S = \gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^0 \gamma^5 = -\gamma^5 \quad (\text{I.2.21})$$

Le courant change donc de signe lors d'une inversion des coordonnées de l'espace. Il se comporte donc comme un pseudo-scalaire (P).

➤ **Elément** $\bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi$

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(x) \gamma^5 \gamma^\mu \psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x) S^{-1} \gamma^5 S S^{-1} \gamma^\mu S \psi(x) \\ &= \lambda^{\mu\alpha} \bar{\psi}(x) \gamma^5 S^{-1} \gamma^\alpha S \psi(x) \quad \text{par (I.2.19)} \\ &= \lambda^{\mu\alpha} \bar{\psi}(x) \gamma^5 \gamma^\alpha \psi(x) \quad (\text{Tsf Lorentz "propre"}) \end{aligned}$$

Cet élément se transforme comme un vecteur, mais il ne changera pas de signe dans le cas d'une inversion des coordonnées (la relation (I.2.21) va s'appliquer deux fois). Il se comporte donc comme un vecteur-axial (A).

I.2.4. Propriétés complémentaires des matrices γ

Outre la relation d'anti-commutation (I.2.13), les caractéristiques (I.2.14) et les relations impliquant γ^5 (I.2.15), d'autres propriétés des matrices de Dirac seront utiles lors du calcul du paramètre de corrélation angulaire a . Dans le cas traité ici, les noyaux ne sont pas polarisés, et il est donc nécessaire de calculer une valeur moyenne sur toutes les orientations possibles du spin. Cela se traduira par des calculs de traces de produits de matrices incluant des matrices de Dirac. Dans ce contexte, les propriétés énumérées et démontrées dans cette partie seront incontournables.

➤ **$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$** (I.2.22)

En effet, la relation (I.2.13) implique :

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) + \text{Tr}(\gamma^\nu \gamma^\mu) &= 2g^{\mu\nu} \text{Tr}(I) = 8g^{\mu\nu} \\ \rightarrow 2\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) &= 8g^{\mu\nu} \end{aligned}$$

➤ **$\text{Tr}(N\gamma) = 0$ N impair** (I.2.23)

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^\mu \dots \gamma^\nu) &= \text{Tr}(\gamma^\mu \dots \gamma^\nu \gamma^5 \gamma^5) \\ &= -\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \dots \gamma^\nu \gamma^5) \quad \text{par (I.2.15)} \\ &= -\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^5 \gamma^\mu \dots \gamma^\nu) \quad \text{par permutation cyclique} \\ &= -\text{Tr}(\gamma^\mu \dots \gamma^\nu) \end{aligned}$$

Cette relation est valable pour $N = 1$.

➤ **$\text{Tr}(\gamma^5 N\gamma) = 0$ $0 \leq N \leq 3$** (I.2.24)

$$\begin{aligned} \text{Par exemple} \quad \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu) &= \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^5 \gamma^5) \\ &= -\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^5) \quad \text{par (I.2.15)} \\ &= -\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^5 \gamma^5 \gamma^\mu) \quad \text{par permutation cyclique} \\ &= -\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu) \end{aligned}$$

$$\triangleright \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = -4i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \quad (\text{I.2.25})$$

où $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = +1$ si $\mu\nu\rho\sigma$ correspond à une permutation paire de 0123

$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = -1$ dans le cas contraire

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3) &= \text{Tr}(\gamma^5 (-i\gamma^5)) \quad \text{par définition de } \gamma^5 \\ &= -i \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^5) \\ &= -4i \end{aligned}$$

L'inversion de deux matrices dans le calcul de la trace ci-dessus entraînera un changement de signe en raison de la relation d'anti-commutation (I.2.13).

I.2.5. Solutions en ondes planes et approximation non relativiste

Pour calculer l'élément de matrice entre l'état initial et l'état final dans la décroissance β , une approximation en ondes planes est utilisée. Dès lors, il est intéressant d'exprimer la forme de ces solutions pour l'équation de Dirac.

Une particule libre est représentée par une fonction d'onde de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \psi &= u(\vec{p}) \exp[-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})] = u(\vec{p}) \exp(-ipx) \\ \text{où } p \text{ et } x &\text{ sont les quadrvecteurs impulsion et position.} \end{aligned}$$

Introduisons cette solution dans l'équation de Dirac (I.2.5) :

$$\begin{aligned} [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m] \psi &= i \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \psi &= i\vec{p} u(\vec{p}) e^{-ipx} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = -iE u(\vec{p}) e^{-ipx} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m] u(\vec{p}) = E u(\vec{p})} \quad (\text{I.2.26})$$

$u(\vec{p})$, appelé spineur de Dirac, contient quatre composantes. L'équation possède quatre solutions, deux pour une énergie totale positive, et deux pour une énergie totale négative. Pour la résoudre dans la représentation de Pauli-Dirac (I.2.8), le spineur est scindé en deux composantes :

$$u = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$$

L'équation (I.2.26) devient :

$$\begin{bmatrix} m & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (E - m) \phi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi & (\text{I.2.27a}) \\ (E + m) \chi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi & (\text{I.2.27b}) \end{cases}$$

$$(\text{I.2.27b}) \rightarrow \chi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} / (E + m) \phi$$

$$(\text{I.2.27a}) \rightarrow (E - m)(E + m) = (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})$$

$$\rightarrow E^2 - m^2 = p^2 \quad \text{car} \quad (\vec{C} \cdot \vec{A})(\vec{C} \cdot \vec{B}) = (\vec{A} \cdot \vec{B}) + i\vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

C'est la relation relativiste énergie – impulsion. Elle conduit à la possibilité d'avoir des solutions à énergie négative : $E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$

➤ **Cas particulier où la particule est au repos ($p = 0$) : $E = \pm m$**

- Si $E = m$ ($E > 0$), (I.2.27b) $\rightarrow \chi = 0$ et $u = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}$

Les deux vecteurs correspondants sont distingués comme suit :

$$u^{(1)} = \begin{pmatrix} \phi^{(1)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{(2)} = \begin{pmatrix} \phi^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.28})$$

$$\text{où } \phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Si $E = -m$ ($E < 0$), (I.2.27a) $\rightarrow \phi = 0$ et $u = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}$

Dans ce cas, les deux vecteurs sont définis comme suit :

$$u^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi^{(1)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.29})$$

$$\text{où } \chi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \chi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

➤ **Cas où la particule n'est pas au repos ($p \neq 0$)**

- Si $E \geq m$ ($E > 0$), (I.2.27b) $\rightarrow \chi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} / (E+m) \phi$
avec $\phi = \phi^{(1)}$ ou $\phi^{(2)}$

$$\rightarrow u^{(1)} = N \begin{pmatrix} \phi^{(1)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(1)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{(2)} = N \begin{pmatrix} \phi^{(2)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.30})$$

où N est une constante de normalisation

- Si $E \leq -m$ ($E < 0$), (I.2.27a) $\rightarrow \phi = -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} / (|E|+m) \chi$
avec $\chi = \chi^{(1)}$ ou $\chi^{(2)}$

$$\rightarrow u^{(3)} = N \begin{pmatrix} \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|E|+m} \chi^{(1)} \\ \chi^{(1)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{(4)} = N \begin{pmatrix} \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|E|+m} \chi^{(2)} \\ \chi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.31})$$

Les quatre solutions sont orthogonales. La constante de normalisation peut se calculer en imposantⁱ $u^{(s)+} u^{(s)} = 1 \quad s = 1, 4$

Démonstration pour $s = 1$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} = \sigma_1 p_x + \sigma_2 p_y + \sigma_3 p_z = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

ⁱ Ce choix n'est pas unique. Certains auteurs imposent $\tilde{u}^{(s)} u^{(s)} = 1$.

$$\rightarrow u^{(1)} = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ p_z/(E+m) \\ (p_x + ip_y)/(E+m) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{(1)+} = N \begin{pmatrix} 1 & 0 & p_z/(E+m) & (p_x - ip_y)/(E+m) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow u^{(1)+}u^{(1)} &= N^2 \left(1 + 0 + \frac{p_z^2}{(E+m)^2} + \frac{(p_x + ip_y)(p_x - ip_y)}{(E+m)^2} \right) \\ &= N^2 \left(\frac{(E+m)^2 + p_z^2 + p_x^2 + p_y^2}{(E+m)^2} \right) = N^2 \left(\frac{(E+m)^2 + p^2}{(E+m)^2} \right) \end{aligned}$$

En imposant à cette expression d'être égale à l'unité, la constante de normalisation est déterminée :

$$N^2 = (E+m)^2 / [(E+m)^2 + p^2] = (E+m)^2 / [2E(E+m)] = (E+m)/2E$$

$$\rightarrow \boxed{N = [(E+m)/2E]^{1/2}} \quad (\text{I.2.32})$$

Le même résultat est obtenu avec les trois autres solutions.

Remarque : Dans le cadre d'une approximation non relativiste ($p \ll m$), le terme $\vec{\sigma} \cdot \vec{p}/(E+m)$ est négligé. Les solutions se réduisent aux solutions simples (I.2.28) et (I.2.29) considérées pour une particule au repos. Cette approximation est effectuée pour la fonction d'onde des nucléons impliqués dans la désintégration β nucléaire.

I.2.6. Les relations de complétude

Certaines combinaisons des solutions établies dans la section précédente conduisent à des relations simples intéressantes, appelées relations de complétude. Elles seront utilisées lors de la moyenne évaluée sur toutes les orientations de spin, déjà discutée en I.2.4. Ces relations mettant en jeu des matrices 4x4 peuvent se résumer comme suit :

$$\boxed{\begin{aligned} \sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} &= \frac{1}{2E} (\gamma^\mu p_\mu + m) \\ \sum_{t=3,4} u^{(t)} \bar{u}^{(t)} &= \frac{1}{2E} (\gamma^\mu p_\mu - m) \end{aligned}} \quad (\text{I.2.33})$$

Démonstration de la première relation

$$u^{(s)} = N \begin{pmatrix} \phi^{(s)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(s)} \end{pmatrix} \quad \bar{u}^{(s)} = N \left(\phi^{(s)+} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(s)+} \right) \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$$

$$= N \left(\phi^{(s)+} \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(s)+} \right)$$

où $s = 1 \text{ ou } 2$

$$\rightarrow u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = N^2 \begin{pmatrix} \phi^{(s)} \phi^{(s)+} & \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(s)} \phi^{(s)+} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \phi^{(s)} \phi^{(s)+} & -\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{(E+m)^2} \phi^{(s)} \phi^{(s)+} \end{pmatrix}$$

$$\text{Or } \phi^{(1)}\phi^{(1)+} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \phi^{(2)}\phi^{(2)+} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = N^2 \begin{pmatrix} I & \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} & \frac{-(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{(E+m)^2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.2.34})$$

$$\begin{aligned} \text{De plus, } & (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) = p^2 = E^2 - m^2 \\ \rightarrow & -(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})/(E+m)^2 = -(E-m)/(E+m) \end{aligned}$$

et, en utilisant (I.2.32), l'expression (I.2.34) se réduit simplement à :

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} E+m & -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -(E-m) \end{pmatrix}$$

Le membre de droite se décompose comme suit :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2E} \left\{ E \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix} p_x + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix} p_y + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} p_z \right] \right\} \\ & = \frac{1}{2E} \left\{ E\gamma^0 + mI - [\gamma^1 p_x + \gamma^2 p_y + \gamma^3 p_z] \right\} \end{aligned}$$

Cette relation se réduit en écriture à la première équation (I.2.33).

I.2.7. Interprétation des solutions et définition de l'hélicité

Les solutions à énergie négative (I.2.31) décrivent les anti-particules. Dans chaque cas, les deux solutions, $u^{(1)}$ et $u^{(2)}$ ou $u^{(3)}$ et $u^{(4)}$, correspondent aux deux orientations possibles de spin pour les (anti-)particules ("up" ou "down"). Un nouvel opérateur $\Sigma \cdot \hat{p}$ est défini de façon à ce qu'il commute avec l'Hamiltonien de Dirac ($H = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m$) :

$$\Sigma \cdot \hat{p} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \end{pmatrix} \quad \text{où } \hat{p} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \quad \text{est un vecteur unitaire.}$$

Les solutions de Dirac sont vecteurs propres de cet opérateur :

$$\begin{aligned} \Sigma \cdot \hat{p} u &= h u \quad \text{si } (\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) \phi = h \phi \\ \text{où } h &\text{ est l'opérateur hélicité : il projette le spin sur la direction du mouvement de la particule.} \end{aligned}$$

Considérons la projection de l'impulsion sur le 3^{ème} axe : $\hat{p} = (0 \ 0 \ 1)$.

$$\text{Dans ce cas} \quad \vec{\sigma} \cdot \hat{p} = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \phi^{(1)} = \sigma_3 \phi^{(1)} = \phi^{(1)} & \text{hélicité} > 0 \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \phi^{(2)} = \sigma_3 \phi^{(2)} = -\phi^{(2)} & \text{hélicité} < 0 \end{cases}$$

Une base à deux états est ainsi définie, pour lesquels le spin est parallèle ou anti-parallèle à l'impulsion. Selon le cas, l'hélicité est définie positive ou négative, et la particule sera dite droitère ou gauchère respectivement.

Dans le cas d'un neutrino, la masse est nulle, et l'équation de Dirac se réduit à :

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{p} \psi = E \psi$$

Cette équation ne dépend pas de β , et elle doit seulement satisfaire à :

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij} \quad \alpha_i = \alpha_i^+ \quad (\text{voir (I.2.7) et (I.2.9)})$$

Dans ces conditions, les matrices 2x2 de Pauli suffisent, et en prenant $\alpha_i = \pm \sigma_i$, deux équations découplées sont obtenues pour les spineurs à deux composantes ϕ et χ :

$$E\phi = -(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\phi \quad \leftrightarrow \quad \vec{\sigma} \cdot \hat{p}\phi = -\phi \quad (\text{I.2.35})$$

$$E\chi = (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\chi \quad \leftrightarrow \quad \vec{\sigma} \cdot \hat{p}\chi = \chi \quad (\text{I.2.36})$$

L'équation (I.2.35) décrit un neutrino gaucher ($p > 0$) ou un anti-neutrino droitier ($p < 0$). L'équation (I.2.36) décrit un neutrino droitier ou un anti-neutrino gaucher.

Dans la forme habituelle à quatre composantes, ces deux équations conduisent à :

$$u = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \alpha_i = \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}$$

C'est un autre choix possible pour les matrices α_i (voir (I.2.8)), appelé représentation de Weyl, pour laquelle :

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ -\sigma_\mu & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Dans cette représentation, il est possible de séparer facilement les deux états ϕ et χ au moyen des opérateurs de projection :

$$\frac{1+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{1-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\psi = \left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}$$

Selon l'équation (I.2.36), l'état du neutrino (anti-neutrino) est projeté sur sa composante droite (gauche).

$$\rightarrow \quad \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\psi = \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

Selon l'équation (I.2.35), l'état du neutrino (anti-neutrino) est projeté sur sa composante gauche (droite).

Ces résultats, obtenus facilement dans la représentation de Weyl, sont en fait indépendants de la représentation choisie. Selon l'intérêt, l'une ou l'autre sera préférée. Le choix de Pauli-Dirac permet de diagonaliser l'énergie dans la limite non relativiste (γ^0 est diagonale), tandis que celui de Weyl permet de diagonaliser l'hélicité dans la limite extrême relativiste (γ^5 est diagonale).

Les relations développées dans cette partie permettront d'établir un lien entre l'hélicité des particules émises lors d'une désintégration β et la théorie de l'interaction faible.

I.2.8. Transformations des champs et des courants de Dirac sous C, P et T

Les symétries discrètes C, P et T jouent un rôle important en physique des particules. Il semble logique que les équations écrites doivent rester valables lors de l'inversion du signe de la charge de la particule décrite (C), c'est-à-dire qu'elles doivent être capables de décrire les anti-particules. Il en est de même lorsque les coordonnées de l'espace sont inversées (P), ou le sens de déroulement du temps (T).

Or la désintégration β ne conserve pas la parité (P) et la violation de CP par exemple a été clairement mise en évidence dans la désintégration de particules étrangesⁱ. Le rôle joué par les symétries discrètes dans les processus d'interaction faible est donc particulièrement important, et il faut pouvoir en décrire les effets.

En se basant sur une équation de Dirac capable de décrire une particule libre, indépendamment de sa charge et du sens d'évolution de l'espace – temps, il est possible de déduire les lois de transformation des fonctions d'ondes sous C, P et T.

I.2.8.1. Inversion de l'espace, P

L'équation de Dirac (I.2.5) peut être réécrite comme suit :

$$[-i\alpha^k \cdot \partial_k + m\gamma^0]\psi = i \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$H\psi = i \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Pour simplifier la démarche, supposons que les termes de cette équation dépendent simplement des variables d'espace \vec{r} .

Une inversion des coordonnées $[x=(x^0, \vec{r}) \rightarrow x'=(x^0, -\vec{r})]$ implique un changement de signe du premier terme de l'Hamiltonien H :

$$H \rightarrow H' = i\alpha^k \partial_k \psi + m\gamma^0 \psi$$

Cette transformation est équivalente à effectuer $\gamma^0 H \gamma^0$.

$$\begin{aligned} \text{En effet : } \gamma^0 H \gamma^0 &= -i \gamma^0 \alpha^k \partial_k \psi \gamma^0 + m \gamma^0 \gamma^0 \psi \gamma^0 \\ &= -i \gamma^0 (-\gamma^0) \alpha^k \partial_k \psi + m \psi \gamma^0 \quad \text{car } (\gamma^0)^2 = I \text{ et } \alpha^k \gamma^0 = -\gamma^0 \alpha^k \\ &= i\alpha^k \partial_k \psi + m\gamma^0 \psi \\ &= H' \end{aligned}$$

Dès lors l'équation obtenue par inversion des coordonnées se transforme comme suit :

$$H'\psi(x') = i \frac{\partial \psi(x')}{\partial t}$$

$$\gamma^0 H \gamma^0 \psi(x') = i \frac{\partial \psi(x')}{\partial t}$$

$$H \gamma^0 \psi(x') = i \frac{\partial \gamma^0 \psi(x')}{\partial t} \text{ en multipliant à gauche par } \gamma^0.$$

Cette équation est équivalente à l'équation de Dirac initiale si, sous P, la fonction d'onde se transforme de la façon suivante :

ⁱ Voir par exemple [Burc95] p.413.

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x') = \gamma^0 \psi(x')$$

Remarque : Il est possible de partir de l'équation (I.2.19) :

$$S \gamma^\mu S^{-1} \lambda^{\alpha\mu} = \gamma^\alpha$$

Dans le cas d'une inversion des coordonnées (P) :

$$\begin{aligned} \lambda^{\alpha\mu} &= -1 & \text{si } \alpha = \mu = 1, 2, 3 \\ &= +1 & \text{si } \alpha = \mu = 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow -\gamma^k = S \gamma^k S^{-1} \quad \text{et} \quad \gamma^0 = S \gamma^0 S^{-1}$$

Ces relations sont vérifiées si $\boxed{S = \gamma^0}$.

$$\begin{aligned} \text{En effet :} \quad S \gamma^k S^{-1} &= \gamma^0 \gamma^k \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^0 \gamma^k = -\gamma^k \\ S \gamma^0 S^{-1} &= \gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 = \gamma^0 \end{aligned}$$

Dans ce cas, les fonctions d'onde se transforment comme suit :

$$\begin{aligned} \boxed{\begin{aligned} \psi'(x') &= S \psi(x') = \gamma^0 \psi(x') \\ \bar{\psi}'(x') &= \bar{\psi}(x') S^{-1} = \bar{\psi}(x') \gamma^0 \end{aligned}} \quad (I.2.37) \\ \text{où } x &= (x^0, \vec{r}) \text{ et } x' = (x^0, -\vec{r}) \end{aligned}$$

I.2.8.2. La conjugaison de charge, C

Le problème est moins trivial à traiter dans le cas de la conjugaison de charge. Il est en fait plus facile si l'on tient compte de l'interaction des particules dans un champ externeⁱ, mais la modification de l'équation de Dirac dans ce cas n'est pas immédiate. Pour éviter l'introduction de nouveaux concepts, dépassant le cadre de l'objectif fixé ici, une démarche plus intuitive est proposée pour traiter le problème.

Les équations de Dirac décrivant le mouvement d'une particule et de son anti-particule doivent conserver la même forme :

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - m]\psi = 0 \quad (I.2.38)$$

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - m]\psi_C = 0 \quad (I.2.39)$$

La transformation qui va permettre de passer de (I.2.38) à (I.2.39) peut être déterminée sur la base des solutions en ondes planes discutées au point I.2.5, qui permettent facilement d'établir la relation qui existe entre les fonctions d'onde ψ (particule) et ψ_C (anti-particule) :

$$\psi = u^{(1\text{ou}2)}(\vec{p}) \exp(-ipx) \quad \xrightarrow{?} \quad \psi_C = u^{(3\text{ou}4)}(-\vec{p}) \exp(ipx)$$

La transformation de la fonction exponentielle suggère que les deux fonctions d'onde peuvent être reliées comme suit :

$$\begin{aligned} \psi_C &= S_C \psi^* \\ \text{où } S_C &\text{ est la matrice de transformation associée à l'opérateur de conjugaison de charge.} \end{aligned}$$

ⁱ Voir par exemple [Halz84] page 108.

Il suffit donc de calculer l'équation complexe conjuguée de (I.2.38) et de la multiplier à gauche par S_C :

$$[-iS_C\gamma^{\mu*}\partial_\mu - mS_C]\psi^* = 0$$

Cette équation est équivalente à l'équation (I.2.39) si :

$$-S_C\gamma^{\mu*} = \gamma^\mu S_C \quad \text{et} \quad \psi_C = S_C \psi^*$$

$$\text{ou} \quad -\gamma^{\mu*} = (S_C)^{-1}\gamma^\mu S_C$$

$$\begin{aligned} \text{Le lecteur vérifiera aisément que} \quad & \gamma^{\mu*} = \gamma^\mu & \text{si } \mu = 0, 1 \text{ ou } 3 \\ \text{et} \quad & \gamma^{\mu*} = -\gamma^\mu & \text{si } \mu = 2 \end{aligned} \quad (\text{I.2.40})$$

Ce "changement" de signe est facilement pris en compte si $S_C = \gamma^2$.

En effet :

$$\begin{aligned} \mu = 0, 1 \text{ ou } 3 & \quad (\gamma^2)^{-1}\gamma^\mu\gamma^2 = -(\gamma^2)^{-1}\gamma^2\gamma^\mu = -\gamma^\mu = -\gamma^{\mu*} \\ \mu = 2 & \quad (\gamma^2)^{-1}\gamma^2\gamma^2 = \gamma^2 = -\gamma^{2*} \end{aligned}$$

Traditionnellement, afin que $(S_C)^2$ soit égal à I , on multiplie la matrice de transformation par "i" :

$$\boxed{S_C = i\gamma^2} \quad i\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Montrons que cette matrice permet de transformer ψ en ψ_C :

$$\psi = u^{(1)}(\vec{p})\exp(-ipx) \quad \psi^* = [u^{(1)}(\vec{p})]^* \exp(ipx)$$

$$u^{(1)}(\vec{p}) = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ p_z/(E+m) \\ (p_x + ip_y)/(E+m) \end{pmatrix} \quad (\text{voir section I.2.5})$$

$$[u^{(1)}(\vec{p})]^* = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ p_z/(E+m) \\ (p_x - ip_y)/(E+m) \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad (i\gamma^2)[u^{(1)}(\vec{p})]^* = N \begin{pmatrix} (p_x - ip_y)/(E+m) \\ -p_z/(E+m) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ |E| + m \\ \chi^{(2)} \end{pmatrix} = u^{(4)}(-\vec{p})$$

La fonction d'onde de la particule a bien été transformée en une fonction d'onde ayant la forme d'une solution à $E < 0$ et $\vec{p} < 0$, ce qui est interprété comme une anti-particule.

Dans les courants de base (section I.2.3), c'est la forme adjointe de ψ ($\bar{\psi}$) qui entre en jeu et non la forme complexe conjuguée. Dès lors, il est plus intéressant de relier ψ et $\bar{\psi}$:

$$\begin{aligned}
\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 = (\psi^*)^t \gamma^0 & \quad \rightarrow \quad \bar{\psi}^t = (\gamma^0)^t [(\psi^*)^t]^t = \gamma^0 \psi^* \\
& \quad \downarrow \\
\boxed{\begin{aligned} \psi_C &= i\gamma^2 \gamma^0 \gamma^0 \psi^* = i\gamma^2 \gamma^0 \bar{\psi}^t = C \bar{\psi}^t \\ \text{et} \\ \bar{\psi}_C &= (S_C \psi^*)^\dagger \gamma^0 = \psi^t S_C^\dagger \gamma^0 = \psi^t (i\gamma^2)^\dagger \gamma^0 = \psi^t i\gamma^2 \gamma^0 = \psi^t C = -\psi^t C^{-1} \end{aligned}} & \quad (I.2.41)
\end{aligned}$$

car la matrice C présente les propriétés suivantes : $C = -C^{-1} = -C^\dagger = -C^t$

$$C = i\gamma^2 \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

I.2.8.3. Le renversement du temps, T

Dans ce cas, il est tentant d'utiliser la relation (I.2.19)

$$\begin{aligned}
S\gamma^\mu S^{-1} \lambda^{\alpha\mu} = \gamma^\alpha & \quad \text{avec } \lambda^{\alpha\mu} = +1 \quad \text{si } \alpha = \mu = 1, 2, 3 \\
& \quad = -1 \quad \text{si } \alpha = \mu = 0
\end{aligned}$$

pour déterminer une forme adéquate à S rendant compte du renversement du temps.

En fait le problème requiert une démarche un peu plus subtile car l'opérateur de renversement du temps est un opérateur "anti-linéaire". A ce stade un petit rappel sur les propriétés des opérateurs associés aux grandeurs physiques s'impose...

Opérateurs linéaires et hermitiens

De façon à pouvoir conserver les grandeurs physiques déduites d'un formalisme quantique, les opérateurs associés aux transformations liées aux évolutions des systèmes physiques ont généralement la propriété d'être unitaires. Un tel opérateur, noté U, est caractérisé par $U^\dagger = U^{-1}$.

Soit un opérateur A possédant une valeur propre, a, associée au vecteur propre ψ : $A\psi = a\psi$

Il est possible de définir un nouvel opérateur, A', possédant la même valeur propre que A, associée au vecteur propre ψ' , en appliquant une transformation unitaire caractérisée par l'opérateur U de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
A & \rightarrow A' = UAU^{-1} \\
\psi & \rightarrow \psi' = U\psi
\end{aligned} \quad (O1)$$

En effet : $A'\psi' = UAU^{-1}U\psi = UA\psi = Ua\psi = aU\psi = a\psi'$

De plus si A est hermitien ($A = A^\dagger$), alors A' l'est aussi : $A'^\dagger = (UAU^{-1})^\dagger = (U^{-1})^\dagger A^\dagger U^\dagger = UAU^{-1} = A'$

Dès lors, deux systèmes sont physiquement équivalents s'ils sont reliés par les transformations unitaires définies en (O1). Rappelons que les quantités observables d'un système physique sont représentées par des opérateurs hermitiens car les valeurs propres de ces derniers sont réelles.

Les opérateurs unitaires conservent aussi la relation de commutation canonique : $[x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij}$

En effet : $[x'_i, p'_j] = Ux_iU^{-1}Up_jU^{-1} - Up_jU^{-1}Ux_iU^{-1} = Ux_ip_jU^{-1} - Up_jx_iU^{-1} = U[x_ip_j]U^{-1} = i\hbar\delta_{ij}$

Dans le cas de l'opération de renversement du temps, un problème surgit car l'opérateur associé à l'impulsion \vec{p} change de signe puisque les vitesses changent de signe, tandis que l'opérateur associé aux positions est inchangé. Il s'ensuit que la relation de commutation canonique n'est pas invariante :

$$[x'_i, p'_j] = [x_i, -p_j] = -[x_i, p_j]$$

Pour résoudre ce problème, il suffit d'inverser l'ordre des opérateurs (Wigner, 1932) :

$$\begin{aligned}
& \quad T \\
[x_i, p_j] & \rightarrow [-p_j, x_i] = [x_i, p_j]
\end{aligned}$$

Une telle transformation est dite "antilinéaire".

L'inversion de l'ordre des opérateurs conduit au niveau des fonctions d'onde à une transformation semblable à celle rencontrée pour la conjugaison de charge :

$\psi_T = S_T \psi^*$ où S_T est la matrice de transformation associée au renversement du temps.

Ceci suggère de calculer l'expression complexe conjuguée de l'équation de Dirac pour déterminer la forme de S_T .

L'opération de renversement du temps transforme l'équation de Dirac,

$$[i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\gamma^k \partial_k - m]\psi = 0 \quad (\text{I.2.42})$$

$$\text{comme ceci } [-i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\gamma^k \partial_k - m]\psi_T = 0 \quad (\text{I.2.43})$$

Calculons la forme complexe conjuguée de (I.2.42), multipliée à gauche par S_T :

$$-iS_T \gamma^0 \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - iS_T \gamma^{k*} \partial_k \psi^* - m S_T \psi^* = 0$$

Cette équation s'apparente à (I.2.43) si $\begin{cases} S_T \gamma^0 = \gamma^0 S_T \\ S_T \gamma^{k*} = -\gamma^k S_T \end{cases}$ et $S_T \psi^* = \psi_T$

$$\text{ou } \begin{cases} (S_T)^{-1} \gamma^0 S_T = \gamma^0 \\ (S_T)^{-1} \gamma^k S_T = -\gamma^{k*} \end{cases}$$

$$\text{ou encore } \begin{cases} (S_T)^{-1} \gamma^\mu S_T = \gamma^\mu & \mu = 0, 2 \\ (S_T)^{-1} \gamma^\mu S_T = -\gamma^\mu & \mu = 1, 3 \end{cases} \quad \text{grâce aux relations (I.2.40)}$$

En choisissant $\boxed{S_T = i\gamma^1 \gamma^3}$ ("i" pour que $(S_T)^2 = I$), les conditions ci-dessus sont remplies.

$$\begin{array}{ll} \text{En effet :} & \mu = 0, 2 \quad (S_T)^{-1} \gamma^\mu S_T = -i(\gamma^3)^{-1}(\gamma^1)^{-1} \gamma^\mu i\gamma^1 \gamma^3 = -i^2 \gamma^\mu = \gamma^\mu \\ & \text{car la relation d'anticommution s'applique deux fois} \\ & \mu = 1, 3 \quad (S_T)^{-1} \gamma^\mu S_T = -i(\gamma^3)^{-1}(\gamma^1)^{-1} \gamma^\mu i\gamma^1 \gamma^3 = +i^2 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \\ & \text{car la relation d'anticommution s'applique une seule fois} \end{array}$$

Les matrices γ permettent de relier S_T à S_C : $S_T = -i\gamma^0 \gamma^5 S_C$

Comme dans le cas de la conjugaison de charge, il est préférable de trouver une relation entre ψ_T et $\bar{\psi}$:

$$\begin{aligned} \psi_T &= i\gamma^1 \gamma^3 \psi^* = i\gamma^1 \gamma^3 \gamma^0 \gamma^0 \psi^* = i\gamma^1 \gamma^3 \gamma^0 \bar{\psi}^t = T \bar{\psi}^t \\ &\text{et} \\ \bar{\psi}_T &= (S_T \psi^*)^+ \gamma^0 = \psi^t S_T^+ \gamma^0 = \psi^t (-i\gamma^{3+} \gamma^{1+}) \gamma^0 = \psi^t (-i\gamma^3 \gamma^1 \gamma^0) \\ &= \psi^t [-i(\gamma^0)^{-1} (\gamma^3)^{-1} (\gamma^1)^{-1}] = \psi^t T^{-1} \end{aligned} \quad (\text{I.2.44})$$

En résumé

Le tableau suivant reprend les transformations des champs de Dirac soumis aux opérateurs de symétrie P, C et T :

	P	C	T
$\psi(x)$	$P\psi(x')$	$C\bar{\psi}^t(x)$	$T\bar{\psi}^t(x'')$
$\bar{\psi}(x)$	$\bar{\psi}(x')P$	$-\psi^t(x)C^{-1}$	$\psi^t(x'')T^{-1}$

où $P = \gamma^0$ $C = i\gamma^2\gamma^0$ $T = i\gamma^1\gamma^3\gamma^0$
et $x = (x^0, \vec{r})$ $x' = (x^0, -\vec{r})$ $x'' = (-x^0, \vec{r})$

A partir de ce tableau, il est possible de définir les propriétés de transformation des champs lorsque plusieurs opérations de symétrie sont effectuées. Ainsi une inversion du temps et de l'espace conduit à :

$$\psi_{PT}(x) = i\gamma^0\gamma^1\gamma^3\gamma^0\bar{\psi}^t(-x) = \gamma^5\gamma^2\gamma^0\bar{\psi}^t(-x) = -i\gamma^5C\bar{\psi}^t(-x) = -i\gamma^5\psi_C(-x)$$

Dès lors, l'inversion totale appliquée après conjugaison de charge conduit à :

$\begin{aligned} \psi_{CPT}(x) &= [\psi_C(x)]_{PT} = -i\gamma^5\psi(-x) \\ \text{et} \\ \bar{\psi}_{CPT}(x) &= -i\bar{\psi}(-x)\gamma^5 \end{aligned}$	(I.2.45)
--	----------

I.2.8.4. Transformations des invariants de Lorentz sous C, P et T

Les courants de base donnés en section I.2.3 sont présentés dans une écriture simplifiée. En effet, selon la suggestion de Heisenberg (1934), les fonctions d'onde représentant les champs de fermions doivent être anti-symétrisées. Il en est de même pour les champs de Dirac et les seize courants de base construits à partir des matrices γ . Globalement ils ont la forme suivante : $\bar{\psi}\hat{O}_i\psi$ où \hat{O}_i est l'opérateur construit à partir des matrices γ .

En pratique, il est commode de partir de l'expression anti-symétrique de chaque terme matriciel du courant ci-dessusⁱ :

$$j_i^{\alpha,\beta}(x) = \bar{\psi}_\alpha(x)(\hat{O}_i)_{\alpha\beta}\psi_\beta(x) = \frac{1}{2}[\bar{\psi}_\alpha(x)(\hat{O}_i)_{\alpha\beta}\psi_\beta(x) - \psi_\beta(x)(\hat{O}_i)_{\alpha\beta}\bar{\psi}_\alpha(x)] \quad (I.2.46)$$

Les résultats obtenus en appliquant les opérations de symétrie sur les différents courants sont repris dans le tableau ci-dessous.

Courant de base	Opération			
	P	C	T	CPT
$j_S^{\alpha,\beta}(x)$	$j_S^{\alpha,\beta}(x')$	$j_S^{\beta,\alpha}(x)$	$j_S^{\beta,\alpha}(x'')$	$j_S^{\alpha,\beta}(-x)$
$j_V^{\alpha,\beta}(x)$	$(-1)^{1+\delta_{\mu 0}} j_V^{\alpha,\beta}(x')$	$-j_V^{\beta,\alpha}(x)$	$(-1)^{1+\delta_{\mu 0}} j_V^{\beta,\alpha}(x'')$	$-j_V^{\alpha,\beta}(-x)$
$j_T^{\alpha,\beta}(x)$	$(-1)^{\delta_{\mu 0}+\delta_{\nu 0}} j_T^{\alpha,\beta}(x')$	$-j_T^{\beta,\alpha}(x)$	$(-1)^{1+\delta_{\mu 0}+\delta_{\nu 0}} j_T^{\beta,\alpha}(x'')$	$j_T^{\alpha,\beta}(-x)$
$j_A^{\alpha,\beta}(x)$	$(-1)^{\delta_{\mu 0}} j_A^{\alpha,\beta}(x')$	$j_A^{\beta,\alpha}(x)$	$(-1)^{1+\delta_{\mu 0}} j_A^{\beta,\alpha}(x'')$	$-j_A^{\alpha,\beta}(-x)$
$j_P^{\alpha,\beta}(x)$	$-j_P^{\alpha,\beta}(x')$	$j_P^{\beta,\alpha}(x)$	$-j_P^{\beta,\alpha}(x'')$	$j_P^{\alpha,\beta}(-x)$

Tableau I.1.: Transformations des invariants de Lorentz sous les opérations de symétrie.

ⁱ Voir par exemple [Muir68] page 162.

Vérifions 3 cas :

1) P sur courant scalaire

$$j_S^{\alpha,\beta}(x) = \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\alpha(x) \delta_{\alpha\beta} \psi_\beta(x) - \psi_\beta(x) \delta_{\alpha\beta} \bar{\psi}_\alpha(x)] = \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\alpha(x) \psi_\alpha(x) - \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\alpha(x)]$$

et sous P, on a $\bar{\psi}_\alpha(x) \rightarrow \bar{\psi}_\sigma(x') (\gamma^0)_{\sigma\alpha}$ et $\psi_\alpha(x) \rightarrow (\gamma^0)_{\alpha\rho} \psi_\rho(x')$

$$\begin{aligned} [j_S^{\alpha,\beta}(x)]^P &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma(x') (\gamma^0)_{\sigma\alpha} (\gamma^0)_{\alpha\rho} \psi_\rho(x') - (\gamma^0)_{\alpha\rho} \psi_\rho(x') \bar{\psi}_\sigma(x') (\gamma^0)_{\sigma\alpha}] \\ &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma(x') \psi_\rho(x') \delta_{\sigma\rho} - \delta_{\sigma\rho} \psi_\rho(x') \bar{\psi}_\sigma(x')] \\ &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma(x') \psi_\sigma(x') - \psi_\sigma(x') \bar{\psi}_\sigma(x')] = j_S^{\sigma,\rho}(x') = j_S^{\alpha,\beta}(x') \end{aligned}$$

L'expression scalaire est invariante sous P.

2) C sur courant vectoriel

$$j_V^{\alpha,\beta}(x) = \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\alpha(x) (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} \psi_\beta(x) - \psi_\beta(x) (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} \bar{\psi}_\alpha(x)]$$

et sous C, on a $\bar{\psi}_\alpha(x) \rightarrow -\bar{\psi}_\sigma(x) (C^{-1})_{\sigma\alpha}$ et $\psi_\beta(x) \rightarrow (C)_{\beta\rho} \bar{\psi}_\rho(x)$

Puisque le calcul est effectué élément par élément, il n'y a plus lieu d'indiquer les transposées sur les fonctions d'onde.

Pour simplifier l'écriture, la dépendance des fonctions et courants en x , le quadrivecteur temps – position, est omise dans la suite du calcul.

$$\begin{aligned} [j_V^{\alpha,\beta}]^C &= -\frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma (C^{-1})_{\sigma\alpha} (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} (C)_{\beta\rho} \bar{\psi}_\rho - (C)_{\beta\rho} \bar{\psi}_\rho (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} \psi_\sigma (C^{-1})_{\sigma\alpha}] \\ &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma (\gamma^\mu)_{\sigma\rho}^t \bar{\psi}_\rho - \bar{\psi}_\rho (\gamma^\mu)_{\rho\sigma}^t \psi_\sigma] \quad \text{car } C^{-1} \gamma^\mu C = (-\gamma^\mu)^t \\ &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\sigma (\gamma^\mu)_{\rho\sigma} \bar{\psi}_\rho - \bar{\psi}_\rho (\gamma^\mu)_{\rho\sigma} \psi_\sigma] = -j_V^{\rho,\sigma} = -j_V^{\beta,\alpha} \end{aligned}$$

Le terme vectoriel change donc de signe sous C. De plus, si les champs ψ et $\bar{\psi}$ sont associés à des particules différentes (e^- et e^+ par exemple), le calcul ci-dessus montre que leur rôle sera inversé dans l'expression finale.

3) T sur courant pseudoscalaire

$$j_P^{\alpha,\beta}(x) = \frac{1}{2} [\bar{\psi}_\alpha(x) (\gamma^5)_{\alpha\beta} \psi_\beta(x) - \psi_\beta(x) (\gamma^5)_{\alpha\beta} \bar{\psi}_\alpha(x)]$$

et sous T, on a $\bar{\psi}_\alpha(x) \rightarrow -\bar{\psi}_\sigma(x'') (T^{-1})_{\sigma\alpha}$ et $\psi_\beta(x) \rightarrow (T)_{\beta\rho} \bar{\psi}_\rho(x'')$

De plus, il faut inverser l'ordre des termes quand on applique la transformation (transformation anti-linéaire).

$$\begin{aligned}
[j_P^{\alpha,\beta}(x)]^T &= \frac{1}{2}[(T)_{\beta\rho}\bar{\psi}_\rho(x'')(\gamma^5)_{\alpha\beta}\psi_\sigma(x'')(T^{-1})_{\sigma\alpha} - \psi_\sigma(x'')(T^{-1})_{\sigma\alpha}(\gamma^5)_{\alpha\beta}(T)_{\beta\rho}\bar{\psi}_\rho(x'')] \\
&= \frac{1}{2}[-\bar{\psi}_\rho(x'')(\gamma^5)_{\sigma\rho}\psi_\sigma(x'') + \psi_\sigma(x'')(\gamma^5)_{\sigma\rho}\bar{\psi}_\rho(x'')] \quad \text{car} \quad T^{-1}(\gamma^5)T = -\gamma^5 \\
&= -j_P^{\rho,\sigma}(x'') = -j_P^{\beta,\alpha}(x'')
\end{aligned}$$

La transformation provoque donc un changement de signe. Comme dans le cas de la conjugaison de charge, il y a aussi une inversion des rôles des particules mises en jeu.

Enfin, il est remarquable que les courants scalaire, tensoriel et pseudoscalaire se transforment de manière identique sous CPT. Il en est de même pour les courants vectoriel et axial. L'invariance sous cette triple transformation suggère qu'il pourra exister des Hamiltoniens généraux de la forme SxP ou VxA , mais non SxA par exemple.

I.3. La décroissance β nucléaire

I.3.1. Le formalisme de Fermi

L'application de la théorie des perturbations est entièrement justifiée dans ce cas par le caractère faible de l'interaction. Cette théorie fournit une loi, appelée règle d'or de Fermi, qui permet de calculer directement la probabilité de décroissance par unité de temps :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \frac{dN}{dE_0}$$

où V_{fi} est l'élément de matrice de transition entre les états initial et final;
 $\frac{dN}{dE_0}$ est la densité d'états finals accessibles par unité d'énergie.

Pour une transition nucléaire bien définie, la densité d'états finals est donnée par le nombre d'états dans l'espace des phases accessibles aux leptons. Pour un électron confiné dans un volume de normalisation V avec une impulsion comprise entre p_e et $p_e + dp_e$, le nombre d'états accessibles dn_e vaut :

$$dn_e = \frac{V d^3 p_e}{h^3} = \frac{V d\Omega_e}{h^3} p_e^2 dp_e$$

où $d\Omega_e$ est l'angle solide ouvert pour l'électron.

Il en est de même pour le neutrino : $dn_\nu = \frac{V d\Omega_\nu}{h^3} p_\nu^2 dp_\nu$

où p_ν est l'impulsion du neutrino;
 $d\Omega_\nu$ est l'angle solide ouvert pour le neutrino.

Par convention, la direction de l'électron est prise comme axe de référence, et les angles θ et φ sont respectivement les angles d'émission du neutrino et du noyau de recul par rapport à cet axe (voir figure I.1).

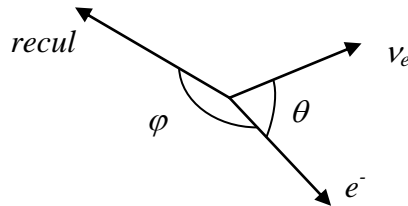


Figure I.1: Définition des angles dans la décroissance β .

Selon cette convention, $d\Omega_\nu$ peut être remplacé par $2\pi \sin\theta d\theta$. Le nombre d'états accessibles aux leptons est donc :

$$d^2 N = dn_e dn_\nu = \frac{2\pi V^2 \sin\theta}{h^6} p_e^2 p_\nu^2 dp_e dp_\nu d\theta d\Omega_e$$

L'énergie totale E_0 est l'énergie disponible lors de la désintégration :

$E_0 = E_e + E_\nu + T_r$
 où E_e est l'énergie totale de l'électron : $E_e = T_e + m_e c^2$;
 E_ν est l'énergie du neutrino : $E_\nu = p_\nu c$ en supposant que $m_\nu = 0$;
 T_r est l'énergie du noyau de recul : $T_r \sim 0$ dans une désintégration β .

Dès lors : $p_\nu = (E_0 - E_e)/c$, et pour une énergie fixée de l'électron : $dp_\nu/dE_0 = 1/c$.
 Dans ces conditions, la différentielle du nombre d'états accessibles par unité d'énergie s'exprime comme suit :

$$d\left(\frac{dN}{dE_0}\right) = \frac{2\pi V^2}{c^3 h^6} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \sin \theta dp_e d\theta d\Omega_e$$

La probabilité de désintégration par unité de temps dans un état fixé du noyau fils pour une impulsion p_e de l'électron définie à dp_e près dans un angle solide $d\Omega_e$, et pour un angle d'émission θ du neutrino défini à $d\theta$ près, vaut :

$$d\lambda = \frac{8\pi^3 V^2}{c^3 h^7} |V_{fi}|^2 p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \sin \theta dp_e d\theta d\Omega_e \quad (\text{I.3.1})$$

Cette expression fournit directement le nombre de décroissances attendues $N(p_e, \theta)$ dans l'espace cinématique considéré.

Pour aller plus loin, il faut calculer l'élément de matrice de transition : $V_{fi} = \langle f | H_\beta | i \rangle$
 qui nécessite préalablement la définition d'un Hamiltonien pour la désintégration β .

I.3.2. L'Hamiltonien général de la désintégration β

Etant donné les faibles énergies mises en jeu, la désintégration β peut être décrite par une interaction locale à quatre fermions, en couplant un courant leptonique et un courant hadronique. L'Hamiltonien minimal décrivant cette interaction doit être invariant sous toute transformation de Lorentz ordinaire, et il est exprimé sans dérivée des champs de base qu'il contient. La forme la plus générale d'un tel Hamiltonien est la suivante :

$$H = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x) O_i \psi_n(x)] [C_i \bar{\psi}_e(x) O_i \psi_\nu(x) + C_i' \bar{\psi}_e(x) O_i \gamma^5 \psi_\nu(x)] + h.c. \quad (\text{I.3.2})$$

- où
- $i = S, V, T, A, P$
 $O_i = I, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, i\gamma^5 \gamma^\mu, \gamma^5 \quad \mu < \nu : 0 \rightarrow 3$
 - C_i, C_i' sont des constantes permettant de décrire l'intensité de chaque interaction
 - le 2^{ème} terme (multiplié par γ^5) permet de prendre en compte une certaine violation de la parité grâce au caractère pseudoscalaire apporté par γ^5 (voir section I.2.3)
 - $h.c.$ est l'hermitien conjugué.

La forme de l'hermitien conjugué est la suivante :

$$h.c. = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_n(x) O_i \psi_p(x)] [C_i^* \bar{\psi}_\nu(x) O_i \psi_e(x) - C_i'^* \bar{\psi}_\nu(x) \gamma^5 O_i \psi_e(x)] \quad (\text{I.3.3})$$

En effet, les différents termes de (I.3.2) se transforment comme suit :

- 1) $C_i, C_i' \rightarrow C_i^*, C_i'^*$ (complexes conjugués)
- 2) $\bar{\psi}_p O_i \psi_n = \psi_p^\dagger \gamma^0 O_i \psi_n \xrightarrow{h.c.} \psi_n^\dagger O_i^\dagger \gamma^0 \psi_p = \bar{\psi}_n \gamma^0 O_i^\dagger \gamma^0 \psi_p$
avec $\gamma^0 O_i^\dagger \gamma^0 = O_i$ si $i = S, V, T$
 $= -O_i$ si $i = A, P$

En effet :

$$\begin{aligned}
 i = S & \quad O_i = I \quad \rightarrow \quad \gamma^0 I^\dagger \gamma^0 = I \\
 i = V & \quad O_i = \gamma^\mu \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \\
 & \quad \text{et } (\gamma^\mu)^\dagger = -\gamma^\mu \quad \mu = 1, 2, 3 \quad (\text{voir I.2.14}) \\
 & \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0 \\
 & \quad \text{dès lors} \quad \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \gamma^\mu \gamma^0 \gamma^0 = \gamma^\mu \\
 & \quad \text{et} \quad \gamma^0 \gamma^{0\dagger} \gamma^0 = \gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 = \gamma^0 \\
 i = A & \quad O_i = i\gamma^5 \gamma^\mu \quad \text{et} \quad \gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \\
 & \quad O_i^\dagger = -i\gamma^{\mu\dagger} \gamma^{5\dagger} = i\gamma^\mu \gamma^5 = -i\gamma^5 \gamma^\mu \quad \text{si } \mu = 1, 2, 3 \quad (\text{voir I.2.15}) \\
 & \quad = -i\gamma^0 \gamma^5 = i\gamma^5 \gamma^0 \quad \text{si } \mu = 0 \\
 & \quad \text{dès lors} \quad \gamma^0 (i\gamma^5 \gamma^\mu)^\dagger \gamma^0 = -i\gamma^0 \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^0 = -i\gamma^5 \gamma^\mu \quad \text{si } \mu = 1, 2, 3 \\
 & \quad = i\gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 \gamma^0 = -i\gamma^5 \gamma^0 \quad \text{si } \mu = 0 \\
 i = T & \quad O_i = \sigma^{\mu\nu} = i(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)/2 \\
 & \quad \text{et } (\sigma^{\mu\nu})^\dagger = -i(\gamma^{\nu\dagger} \gamma^{\mu\dagger} - \gamma^{\mu\dagger} \gamma^{\nu\dagger})/2 = i(\gamma^{\mu\dagger} \gamma^{\nu\dagger} - \gamma^{\nu\dagger} \gamma^{\mu\dagger})/2 \\
 & \quad = -i(\gamma^0 \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^0)/2 \quad \text{si } \mu = 0 \text{ et } \nu = 1, 2, 3 \quad (\text{I}) \\
 & \quad = i(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)/2 \quad \text{si } \mu < \nu = 1, 2, 3 \quad (\text{II}) \\
 & \quad \text{dès lors} \quad \gamma^0 (\sigma^{\mu\nu})^\dagger \gamma^0 = -i(\gamma^0 \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0 - \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0 \gamma^0)/2 = i(\gamma^0 \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^0)/2 \\
 & \quad \quad \quad (\text{I}) \\
 & \quad \quad \quad = i(\gamma^0 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^0 - \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^0)/2 = i(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)/2 \\
 & \quad \quad \quad (\text{II}) \\
 i = P & \quad O_i = \gamma^5 \quad \text{et} \quad O_i^\dagger = \gamma^5 \\
 & \quad \text{dès lors} \quad \gamma^0 (\gamma^5)^\dagger \gamma^0 = -\gamma^5
 \end{aligned}$$

En résumé, le calcul des courants hermitiens conjugués inverse simplement les rôles des particules, et il fait apparaître seulement dans certains cas un signe négatif. Toutefois ce signe étant présent dans les deux courants impliqués dans l'Hamiltonien, ils n'ont globalement pas d'effet dans l'expression (I.3.3).

- 3) Dans le courant leptonique, le terme tenant compte de la violation de la parité (γ^5) change de signe lors du calcul de l'hermitien conjugué.

En effet :

$$\begin{aligned}
 \bar{\psi}_e O_i \gamma^5 \psi_\nu &= \psi_e^\dagger \gamma^0 O_i \gamma^5 \psi_\nu \xrightarrow{h.c.} \psi_\nu^\dagger \gamma^5 O_i^\dagger \gamma^0 \psi_e = \bar{\psi}_\nu \gamma^0 \gamma^5 O_i^\dagger \gamma^0 \psi_e \\
 &= -\bar{\psi}_\nu \gamma^5 (\gamma^0 O_i^\dagger \gamma^0) \psi_e
 \end{aligned}$$

Avant de calculer l'élément de matrice de l'expression (I.3.1), il est intéressant de regarder comment se transforme l'Hamiltonien sous l'action des opérations de symétrie fondamentale C, P et T.

I.3.3. Transformations de l'Hamiltonien général sous C, P et T

Les résultats obtenus pour ces transformations dépendent essentiellement des transformations des courants effectuées au point I.2.8.4.

I. Transformation sous P

Le tableau I.1. montre que certains courants vont subir un changement de signe. Ce changement s'appliquant deux fois, l'effet global est nul, sauf pour le deuxième terme leptonique car la présence d'une matrice γ^5 supplémentaire va forcément provoquer un changement de signe. De façon simplifiée, on a

$$\bar{\psi}_e(x)O_i\gamma^5\psi_\nu(x)\xrightarrow{P}\bar{\psi}_e(x')\gamma^0O_i\gamma^5\gamma^0\psi_\nu(x') = -\bar{\psi}_e(x')\gamma^0O_i\gamma^0\gamma^5\psi_\nu(x')$$

L'application de l'opérateur de parité conduit donc à la forme suivante de l'Hamiltonien :

$$H^P = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x')O_i\psi_n(x')][C_i\bar{\psi}_e(x')O_i\psi_\nu(x') - C_i'\bar{\psi}_e(x')O_i\gamma^5\psi_\nu(x')] + h.c.$$

Pour que l'Hamiltonien soit invariant sous P, il faut que C_i' soit nulle. Il est maintenant clair que l'ajout du terme contenant γ^5 permet de tenir compte d'une violation de P dans le processus d'interaction faible. Cette violation sera maximale si $|C_i| = |C_i'|$.

II. Transformation sous T

Lorsqu'une transformation d'inversion du temps est appliquée, il ne faut pas oublier d'inverser l'ordre des termes dans l'expression (voir section I.2.8.3). Dans ce cas, il est nécessaire aussi d'écrire explicitement la transformation de l'hermitien conjugué de H :

$$\begin{aligned} H^T = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_n(x'')O_i^T\psi_p(x'')][C_i\bar{\psi}_\nu(x'')O_i^T\psi_e(x'') + C_i'\bar{\psi}_\nu(x'')(O_i\gamma^5)^T\psi_e(x'')] \\ + [\bar{\psi}_p(x'')O_i^T\psi_n(x'')][C_i^*\bar{\psi}_e(x'')O_i^T\psi_\nu(x'') - C_i'^*\bar{\psi}_e(x'')(\gamma^5O_i)^T\psi_\nu(x'')] \end{aligned}$$

De nouveau, les changements de signe éventuels disparaissent dans les produits, et le tableau (I.1) permet de voir que la présence de γ^5 dans les seconds termes leptoniques va aussi entraîner un changement de signe pour ces termes. Dès lors,

$$\begin{aligned} H^T = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_n(x'')O_i\psi_p(x'')][C_i\bar{\psi}_\nu(x'')O_i\psi_e(x'') - C_i'\bar{\psi}_\nu(x'')\gamma^5O_i\psi_e(x'')] \\ + [\bar{\psi}_p(x'')O_i\psi_n(x'')][C_i^*\bar{\psi}_e(x'')O_i\psi_\nu(x'') + C_i'^*\bar{\psi}_e(x'')O_i\gamma^5\psi_\nu(x'')] \end{aligned}$$

L'Hamiltonien sera invariant sous T à condition que $C_i = C_i^*$ et $C_i' = C_i'^*$, c'est-à-dire que les constantes de couplage doivent être réelles.

III. Transformation sous C

La transformation est identique à celle de T, à part que la présence de γ^5 ne provoque pas de changement de signe supplémentaire dans ce cas (voir tableau I.1).

$$\begin{aligned} H^C = \sum_i \int d\vec{r} [\bar{\psi}_n(x)O_i\psi_p(x)][C_i\bar{\psi}_\nu(x)O_i\psi_e(x) + C_i'\bar{\psi}_\nu(x)\gamma^5O_i\psi_e(x)] \\ + [\bar{\psi}_p(x)O_i\psi_n(x)][C_i^*\bar{\psi}_e(x)O_i\psi_\nu(x) - C_i'^*\bar{\psi}_e(x)O_i\gamma^5\psi_\nu(x)] \end{aligned}$$

L'Hamiltonien est donc invariant sous C si $C_i = C_i^*$ et $C_i' = -C_i'^*$, c'est-à-dire si les constantes C_i sont réelles et les constantes C_i' sont imaginaires.

Le tableau I.2. résume les conditions d'invariance appliquées sur les constantes de couplage pour les transformations fondamentales.

Transformation	Conditions d'invariance
P	$C_i' = 0$
T	C_i, C_i' réelles
C	C_i réelles, C_i' imaginaires

Tableau I.2.: Conditions d'invariance sur les constantes de couplage selon la transformation envisagée.

De ce tableau, il ressort que l'invariance observée sous deux opérations de symétrie implique forcément l'invariance sous la troisième. Il montre aussi que la violation d'une transformation provoque la violation d'une autre symétrie. Ainsi la mise en évidence de la violation de la parité dans la désintégration β entraîne une violation de T ou de C selon que les constantes C_i' sont imaginaires ou réelles.

I.3.4. L'élément de matrice de transition V_{fi}

Le calcul de l'élément de matrice de transition entre les états initial et final est basé sur quelques hypothèses et approximations qui sont listées ci-dessous.

1) Les particules impliquées dans la décroissance sont décrites par des ondes planes normalisées du typeⁱ :

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} u(\vec{q}) \exp(-ixq) \quad \text{où} \quad xq = (Et - \vec{q} \cdot \vec{r})$$

Si la décroissance est due à un seul nucléon, l'élément de matrice de transition aura la forme suivante :

$$V_{fi} = \frac{1}{V^2} \sum_i \int d\vec{r} [\bar{u}_p^{(+)}(\vec{q}_p) O_i u_n^{(+)}(\vec{q}_n)] [C_i \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) O_i u_v^{(-)}(-\vec{q}_v) + C_i' \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) O_i \gamma^5 u_v^{(-)}(-\vec{q}_v)] \times \\ \times \exp(-ix(q_n - q_p - q_e - q_v)) \quad (\text{I.3.4})$$

où les indices (+) et (-) décrivent particules et anti-particules.

2) Approximation non relativiste

Les énergies en jeu étant relativement faibles, les nucléons peuvent être considérés comme non relativistes. Dans ce cas, les spineurs u sont remplacés par les vecteurs de base (voir section I.2.5) :

$$u_N^{(+)} = u_N^{(s)} = \begin{pmatrix} \phi^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad s=1,2$$

avec

$$\phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les termes $\bar{u}_p^{(+)} O_i u_n^{(+)}$ peuvent alors se simplifier comme dans le tableau suivant.

ⁱ Par simplicité, les paramètres sont exprimés en unités naturelles. L'impulsion est notée q dans ce cas.

i	Expression relativiste	Approximation non relativiste
S	$\bar{u}_p^{(+)} u_n^{(+)}$	$\langle \phi^{(r)} \phi^{(s)} \rangle = \delta_{rs} \quad r, s = 1, 2$ $= \langle 1 \rangle \quad \text{si } r = s$
V	$\bar{u}_p^{(+)} \gamma^\mu u_n^{(+)}$	$\delta_{\mu 0} \delta_{rs} = \delta_{\mu 0} \langle 1 \rangle \quad \text{si } r = s$
T	$\bar{u}_p^{(+)} \sigma^{\mu\nu} u_n^{(+)}$	$\langle \phi^{(r)} \sigma^j \phi^{(s)} \rangle = \langle \sigma^j \rangle \quad \text{pour } \mu \neq 0, \nu \neq 0$ $j, \mu, \nu \text{ cycliques}$ $= 0 \quad \text{si } \mu \text{ ou } \nu = 0$
A	$\bar{u}_p^{(+)} \gamma^5 \gamma^\mu u_n^{(+)}$	$-\langle \sigma^\mu \rangle \quad \text{si } \mu \neq 0$ $0 \quad \text{si } \mu = 0$
P	$\bar{u}_p^{(+)} \gamma^5 u_n^{(+)}$	0

Tableau I.3 : Approximation non relativiste des courants hadroniques.

Ci-dessous, quelques calculs permettent de comprendre les formes des approximations non relativistes du tableau I.3.

a) $i = S$
 $\phi^{(r)+} \phi^{(r)} = 1 \quad r = 1, 2, \quad \phi^{(r)+} \phi^{(s)} = 0 \quad r \neq s$

b) $i = V$
 Calculons par exemple $u_p^{(r)} \gamma^1 u_n^{(1)}$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^1 u_n^{(1)} = \gamma^1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Le calcul de $u_p^{(r)} \gamma^1 u_n^{(1)}$ sera toujours nul quelle que soit la valeur de r .

Regardons le cas $u_p^{(r)} \gamma^0 u_n^{(1)}$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \gamma^0 u_n^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dès lors, le résultat de $u_p^{(r)} \gamma^0 u_n^{(1)}$ sera égal à 1 (resp. 0) si r vaut 1 (resp. 2).

c) $i = T$
 $\sigma^{\mu\nu} = i/2(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) = i\gamma^\mu \gamma^\nu$

Prenons le cas $i\gamma^1 \gamma^2$

$$i\gamma^1 \gamma^2 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \langle \phi^{(r)} | \sigma^3 | \phi^{(s)} \rangle = \langle \sigma^3 \rangle$$

Traisons un cas avec $\mu = 0$: $\sigma^{01} = i\gamma^0 \gamma^1$

$$i\gamma^0\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad i\gamma^0\gamma^1\phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}$$

Dans ce cas $u_p^{(r)}(i\gamma^0\gamma^1)u_n^{(1)}$ sera toujours nul quelle que soit la valeur de r .

d) $i = A$

$$\gamma^5\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{pmatrix} \rightarrow -\langle \phi^{(r)} | \sigma^1 | \phi^{(s)} \rangle = -\langle \sigma^1 \rangle$$

$$\gamma^5\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \gamma^5\gamma^0 u^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas $u_p^{(r)}(\gamma^5\gamma^0)u_n^{(1)}$ sera toujours nul quelle que soit la valeur de r .

e) $i = P$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u_p^{(r)}(\gamma^5)u_n^{(s)} \text{ est toujours nul.}$$

Le terme pseudo-scalaire disparaît donc dans une approximation non relativiste.

3) Milieu nucléaire

Les nucléons étant liés dans le noyau, leur fonction d'onde n'est pas simplement donnée par une onde plane. Ils sont décrits par une fonction d'onde non relativiste de Schrödinger qui peut être exprimée dans l'espace des positions ou l'espace des impulsions par simple transformée de Fourier :

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{q}} \psi(\vec{q}) \exp(-i\vec{q}x) \xrightarrow{T.F.} \psi(\vec{q}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \int d\vec{r} \psi(x) \exp(+i\vec{q}x)$$

L'élément de matrice est calculé entre deux états nucléaires (a,b) impliquant plusieurs nucléons labélisés par λ :

$$\langle b|H|a \rangle = \sum_{\lambda} \sum_{q_n, q_p} \psi_b^{+(\lambda)}(q_p) \psi_a^{(\lambda)}(q_n) \langle q_p, q_e, q_v | H | q_n \rangle$$

Le dernier terme représente la partie onde plane. Pour simplifier l'écriture, le facteur de phase $\exp(-it(E_n - E_p - E_e - E_v))$ a été choisi égal à 1.

En appliquant l'équation (I.3.4) et en utilisant les approximations non relativistes du tableau I.3, l'élément de matrice devient :

$$\begin{aligned} \langle b|H|a \rangle = & \frac{1}{V} \sum_i \int d\vec{r} [\sum_{\lambda} \psi_b^{+(\lambda)}(x) O_i^{NR} \psi_a^{(\lambda)}(x) \exp(i\vec{r} \cdot (\vec{q}_e + \vec{q}_v)) \times \\ & \times \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) O_i [C_i + C_i' \gamma^5] u_v^{(-)}(-\vec{q}_v)] \end{aligned} \quad (\text{I.3.5})$$

4) Approximation "permise"

Dans l'équation (I.3.5), l'argument de la fonction exponentielle est proche de 0. En effet pour un électron de 1 MeV d'énergie cinétique T_e , l'impulsion p_e vaut :

$$p_e = (2m_e T_e + T_e^2)^{1/2} = 1.42 \text{ MeV}/c \rightarrow p_e/\hbar = 0.007 \text{ fm}^{-1}$$

Puisque dans un noyau, la distance caractéristique r est de l'ordre du fermi, la quantité $p_e r/\hbar$ est presque nulle. Il en sera de même pour le neutrino. Ceci permet de développer en série les fonctions exponentielles :

$$\exp(-i\vec{r} \cdot \vec{q}_e) = 1 - i\vec{r} \cdot \vec{q}_e + \dots$$

$$\exp(-i\vec{r} \cdot \vec{q}_\nu) = 1 - i\vec{r} \cdot \vec{q}_\nu + \dots$$

Limiter les développements au premier terme (1) s'appelle l'approximation permise. Elle correspond au cas où les leptons n'emportent pas de moment angulaire ($q_e r = q_\nu r = 0$). Cette condition est strictement correcte pour certaines décroissances appelées les transitions permises. La suite de la description est effectuée dans le cadre de l'approximation permise, et elle est donc restreinte à ces transitions particulières.

Cette approximation permet d'écrire l'élément de matrice (I.3.5) comme suit :

$$\langle b|H|a \rangle = \frac{1}{V} \sum_i M_i \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) F_i u_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \quad (\text{I.3.6})$$

$$\text{où } M_i = \sum_\lambda \int d\vec{r} \psi_b^{+(\lambda)}(x) O_i^{NR} \psi_a^{(\lambda)}(x) = \begin{cases} \langle 1 \rangle & (S, V) \\ \pm \langle \sigma \rangle & (T, A) \\ 0 & (P) \end{cases} \quad (\text{voir Tab. I.3})$$

$$\text{et } F_i = O_i [C_i + C_i' \gamma^5]$$

En injectant l'élément de matrice (I.3.6) dans l'équation (I.3.1), le nombre de décroissances attendues $N(p_e, \theta)$ avec un électron d'impulsion p_e définie à dp_e près dans un angle solide $d\Omega_e$, et pour un angle d'émission θ du neutrino défini à $d\theta$ près s'écrit comme suit :

$$N(p_e, \theta) dp_e d\theta d\Omega_e = \frac{8\pi^3}{h^7 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 X \sin(\theta) dp_e d\theta d\Omega_e \quad (\text{I.3.7})$$

$$\begin{aligned} \text{où } X &= \left| \sum_i M_i \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) F_i u_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \right|^2 \\ &= \sum_{i,j} M_i M_j^* \bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) F_i u_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \bar{u}_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \gamma^0 F_j^+ \gamma^0 u_e^{(+)}(\vec{q}_e) \end{aligned}$$

I.3.5. Corrélation de particules en absence de polarisation

Dans le cas d'une expérience visant à extraire le paramètre de corrélation angulaire a , les noyaux ne sont pas polarisés et les spins des particules émises ne sont pas mesurés. Il convient dès lors d'effectuer une somme sur toutes les valeurs possibles des spins des particules en voie de sortie, et de calculer une valeur moyenne sur les directions de polarisation du noyau. La fonction X dans (I.3.7) est transformée comme suit :

$$X_{NP} = \sum_{i,j} [(M_i M_j^*)]_{moy} \sum_{spins} (\bar{u}_e^{(+)}(\vec{q}_e) F_i u_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \bar{u}_\nu^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \gamma^0 F_j^+ \gamma^0 u_e^{(+)}(\vec{q}_e)) \quad (I.3.8)$$

(I)
(II)

Pour effectuer la somme sur les spins (II), les relations de complétude (I.2.33) sont appliquées sur chaque composante des spineurs u :

$$\sum \bar{u}_{e\alpha}^{(+)}(\vec{q}_e) u_{e\beta}^{(+)}(\vec{q}_e) = \frac{1}{2E_e} (\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)_{\beta\alpha}$$

$$\sum u_{\nu\delta}^{(-)}(-\vec{q}_\nu) \bar{u}_{\nu\epsilon}^{(-)}(-\vec{q}_\nu) = \frac{1}{2E_\nu} (\gamma^\mu q_{\nu\mu})_{\delta\epsilon}$$

les opérateurs ayant pour composantes : $F_{i\alpha\delta}$ et $(\gamma^0 F_j^+ \gamma^0)_{\epsilon\beta}$.

La somme (II) devient:

$$\frac{1}{4E_e E_\nu} [(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)_{\beta\alpha} F_{i\alpha\delta} (\gamma^\mu q_{\nu\mu})_{\delta\epsilon} (\gamma^0 F_j^+ \gamma^0)_{\epsilon\beta}]$$

Finalement, il ne reste que les éléments diagonaux $(\beta\beta)$ qu'il faut additionner. Cela revient à calculer les traces des produits des matrices :

$$\frac{1}{4E_e E_\nu} \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_i (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_j^+ \gamma^0)]$$

La moyenne effectuée sur les polarisations nucléaires (I) dépend du type d'interaction.

Les interactions scalaire et vectorielle ne sont pas affectées car elles ne dépendent pas du spin :

$$(M_i M_j^*)_{moy} = \left| \sum_\lambda \int d^3x \psi_b^{+(\lambda)}(x) O_i^{NR} \psi_a^{(\lambda)}(x) \right|^2 = |M_F|^2 \quad (I.3.9)$$

où $i, j = S$ ou V

M_F est appelé l'élément de matrice de Fermi (F)

Lorsqu'un seul des deux éléments correspond à une interaction de type A ou T , la moyenne calculée sera nulle :

$$(M_i M_j^*)_{moy} = 0 \quad \text{si} \quad i \text{ (resp. } j) = S \text{ ou } V \text{ et } j \text{ (resp. } i) = T \text{ ou } A$$

Finalement lorsque les deux éléments sont de type T ou A , la moyenne conduit à des expressions du type :

$$(M_T M_T^*)_{moy} = (\langle \sigma_j \rangle \langle \sigma_{j'} \rangle^*)_{moy} = \delta_{j,j'} \frac{1}{3} \left(\sum_k \left| \sum_\lambda \int d^3x \psi_b^{+(\lambda)}(x) O_i^{NR} \psi_a^{(\lambda)}(x) \right|^2 \right) \quad (I.3.10)$$

$$= \delta_{j,j'} \frac{1}{3} |\langle \sigma \rangle|^2 = \delta_{j,j'} \frac{1}{3} |M_{GT}|^2$$

$$(M_A M_A^*)_{moy} = (-\langle \sigma_k \rangle \langle \sigma_{k'} \rangle^*)_{moy} = \delta_{k,k'} \frac{1}{3} |M_{GT}|^2$$

$$(M_A M_T^*)_{moy} = (M_T M_A^*)_{moy} = (-\langle \sigma_k \rangle \langle \sigma_{j'} \rangle^*)_{moy} = -\delta_{k,j'} \frac{1}{3} |M_{GT}|^2$$

où M_{GT} est appelé l'élément de matrice de Gamow-Teller (GT)

Les produits croisés ($j \neq j'$ dans (I.3.10) par exemple) vont toujours conduire à une moyenne nulle, et le facteur $1/3$ est lié à l'existence de trois matrices de Pauli.

En tenant compte de ces diverses expressions, la fonction X_{NP} (I.3.8) peut être réécrite comme suit :

$$X_{NP} = |M_F|^2 A + |M_{GT}|^2 B/3 \quad (\text{I.3.11})$$

$$\begin{aligned} \text{où} \quad A &= 1/4 E_e E_\nu \{ \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_S (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_S^+ \gamma^0)] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_V (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_V^+ \gamma^0)] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_S (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_V^+ \gamma^0)] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_V (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_S^+ \gamma^0)] \} \\ \text{et} \quad B &= 1/4 E_e E_\nu \{ \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_T (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_T^+ \gamma^0)] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_A (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_A^+ \gamma^0)] \\ &\quad - \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_T (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_A^+ \gamma^0)] \\ &\quad - \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) F_A (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (\gamma^0 F_T^+ \gamma^0)] \} \end{aligned}$$

Dans ces expressions de A et B , les opérateurs F_i se réduisent aux formes non relativistes du Tableau I.3 :

$$\begin{aligned} F_S &= O_S [C_S + C_S' \gamma^5] = C_S + C_S' \gamma^5 \\ F_V &= O_V [C_V + C_V' \gamma^5] = \gamma^0 [C_V + C_V' \gamma^5] \\ F_T &= O_T [C_T + C_T' \gamma^5] = \sigma^{ij} [C_T + C_T' \gamma^5] \quad i, j = 1, 2, 3 \text{ cyclique} \\ F_A &= O_A [C_A + C_A' \gamma^5] = \gamma^5 \gamma^k [C_A + C_A' \gamma^5] \quad k \neq 0 \end{aligned}$$

On en déduit les expressions des termes hermitiens ($\gamma^0 F_i^+ \gamma^0$) :

$$\begin{aligned} \gamma^0 F_S^+ \gamma^0 &= \gamma^0 [C_S^* + C_S'^* \gamma^5] \gamma^0 = C_S^* - C_S'^* \gamma^5 \\ \gamma^0 F_V^+ \gamma^0 &= [C_V^* - C_V'^* \gamma^5] \gamma^0 \\ \gamma^0 F_T^+ \gamma^0 &= \gamma^0 [C_T^* + C_T'^* \gamma^5] \sigma^{ij} \gamma^0 = [C_T^* - C_T'^* \gamma^5] \gamma^0 \sigma^{ij} \gamma^0 = [C_T^* - C_T'^* \gamma^5] \sigma^{ij} \\ \gamma^0 F_A^+ \gamma^0 &= \gamma^0 [C_A^* + C_A'^* \gamma^5] \gamma^k \gamma^5 \gamma^0 = [C_A^* - C_A'^* \gamma^5] \gamma^0 (-\gamma^k) \gamma^5 \gamma^0 = [C_A^* - C_A'^* \gamma^5] \gamma^5 \gamma^k \end{aligned}$$

On peut alors montrer que les deux derniers termes dans l'expression de A sont complexes conjugués l'un de l'autre; leur somme se réduit donc à leur partie réelle. Il en est de même pour les deux derniers termes de B . Finalement les expressions A et B se réduisent comme suit :

$$\begin{aligned} A &= 1/4 E_e E_\nu \{ \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) (C_S + C_S' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_S^* - C_S'^* \gamma^5)] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \gamma^0 (C_V + C_V' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_V^* - C_V'^* \gamma^5) \gamma^0] \\ &\quad + 2 \text{Re}(\text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) (C_S + C_S' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_V^* - C_V'^* \gamma^5) \gamma^0]) \} \\ B &= 1/4 E_e E_\nu \{ \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \sigma^{ij} (C_T + C_T' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_T^* - C_T'^* \gamma^5) \sigma^{ij}] \\ &\quad + \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \gamma^5 \gamma^k (C_A + C_A' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_A^* - C_A'^* \gamma^5) \gamma^5 \gamma^k] \\ &\quad - 2 \text{Re}(\text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \sigma^{ij} (C_T + C_T' \gamma^5) (\gamma^\mu q_{\nu\mu}) (C_A^* - C_A'^* \gamma^5) \gamma^5 \gamma^k]) \} \\ &\text{avec } i, j, k = 1, 2, 3 \text{ cyclique} \end{aligned}$$

Avant de calculer explicitement les traces ci-dessus, les expressions de A et B peuvent être simplifiées en utilisant le fait que γ^5 anti-commute avec les autres matrices γ . Par exemple, le premier terme de A se développe de la façon suivanteⁱ :

$$\begin{aligned} & \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S(\gamma q_\nu)C_S^*] + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S(\gamma q_\nu)(-C_S^* \gamma^5)] + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S' \gamma^5(\gamma q_\nu)C_S^*] + \\ & + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S' \gamma^5(\gamma q_\nu)(-C_S^* \gamma^5)] \\ & = |C_S|^2 \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu)] + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S \gamma^5(\gamma q_\nu)C_S^*] + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S^* \gamma^5(\gamma q_\nu)C_S] + \\ & + \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)C_S(\gamma q_\nu)C_S^*] \end{aligned}$$

Les deux termes centraux ont une partie commune qui peut être factorisée et l'expression, simplifiée :

$$(C_S C_S'^* + C_S^* C_S') \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu)] = 2 \text{Re}(C_S' C_S^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu)]$$

Enfin, le dernier terme prend la même forme que le premier : $|C_S|^2 \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu)]$

Une expression identique est obtenue pour le terme vectoriel dans l'expression de A . Quant au terme croisé, il est transformé de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & 2 \text{Re}(C_S C_V^* \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu) \gamma^0] + C_S C_V'^* \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu) \gamma^0] + \\ & + C_S' C_V^* \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu) \gamma^0] + C_S' C_V'^* \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu)(-\gamma^5) \gamma^0]) \\ & = 2 \text{Re}\{(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu) \gamma^0] + \\ & + (C_S C_V'^* + C_S' C_V^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu) \gamma^0]\} \end{aligned}$$

Finalement, A est réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} A = & 1/4 E_e E_\nu [(|C_S|^2 + |C_S'|^2) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu)] + (|C_V|^2 + |C_V'|^2) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^0(\gamma q_\nu) \gamma^0] + \\ & \textcircled{\text{I}} \qquad \qquad \qquad \textcircled{\text{II}} \\ & + 2 \text{Re}(C_S' C_S^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu)] + 2 \text{Re}(C_V' C_V^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^0 \gamma^5(\gamma q_\nu) \gamma^0] + \\ & \textcircled{\text{III}} \qquad \qquad \qquad \textcircled{\text{IV}} \\ & + 2 \text{Re}\{(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e)(\gamma q_\nu) \gamma^0] + (C_S C_V'^* + C_S' C_V^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^5(\gamma q_\nu) \gamma^0]\} \\ & \textcircled{\text{V}} \qquad \qquad \qquad \textcircled{\text{VI}} \end{aligned}$$

Une expression identique est obtenue pour B :

$$\begin{aligned} B = & 1/4 E_e E_\nu [(|C_T|^2 + |C_T'|^2) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \sigma^{ij}(\gamma q_\nu) \sigma^{ij}] + (|C_A|^2 + |C_A'|^2) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^k(\gamma q_\nu) \gamma^k] + \\ & \textcircled{\text{VII}} \qquad \qquad \qquad \textcircled{\text{VIII}} \\ & + 2 \text{Re}(C_T' C_T^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \sigma^{ij} \gamma^5(\gamma q_\nu) \sigma^{ij}] - 2 \text{Re}(C_A' C_A^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \gamma^k(\gamma q_\nu) \gamma^5 \gamma^k] - \\ & \textcircled{\text{IX}} \qquad \qquad \qquad \textcircled{\text{X}} \\ & - 2 \text{Re}\{(C_T C_A^* + C_T' C_A'^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \sigma^{ij}(\gamma q_\nu) \gamma^5 \gamma^k] - \\ & \textcircled{\text{XI}} \\ & - (C_T C_A'^* + C_T' C_A^*) \text{Tr}[(\gamma q_e + m_e) \sigma^{ij}(\gamma q_\nu) \gamma^k] \\ & \textcircled{\text{XII}} \end{aligned}$$

ⁱ Pour simplifier l'écriture, $\gamma^\mu q_\mu$ est remplacé par γq .

Tous ces termes peuvent être calculés grâce aux propriétés des traces des matrices γ démontrées à la section I.2.4. En particulier, tous les termes contenant un produit d'une matrice γ^5 et de moins de quatre matrices γ^μ différentes sont nuls. C'est le cas pour les termes III, IV, VI, IX et X. Pour le terme IX par exemple, les matrices σ^{ij} , produits de deux matrices γ^μ , sont identiques et dès lors, par le jeu des anticommutations, elles n'interviennent pas dans le compte final du nombre de matrices γ^μ : γ^5 est alors accompagné soit de deux matrices γ^μ (terme $\gamma q_e \sigma^{ij} \gamma^5 \gamma q_v \sigma^{ij}$) soit d'une seule matrice γ^μ (terme $m \sigma^{ij} \gamma^5 \gamma q_v \sigma^{ij}$). Les traces restantes sont calculées explicitement ci-dessous.

$$\text{I. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})] = 4[E_e E_v - \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v]$$

$$\text{Tr}[\gamma^\mu q_{e\mu} \gamma^\lambda q_{v\lambda}] + \text{Tr}[m_e \gamma^\lambda q_{v\lambda}] = 4q_e q_v + 0 \quad \text{par (I.2.22) et (I.2.23)}$$

$$\text{II. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \gamma^0 (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \gamma^0] = 4[E_e E_v - \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v]$$

$$\begin{aligned} & \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu}) \gamma^0 (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \gamma^0] + \text{Tr}[m_e \gamma^0 \gamma^\lambda q_{v\lambda}] = \text{Tr}[(\gamma^0 E_e - \gamma^k q_{ek}) \gamma^0 (\gamma^0 E_v - \gamma^l q_{vl}) \gamma^0] + 0 \quad \text{par (I.2.23)} \\ & = \text{Tr}[(\gamma^0 E_e - \gamma^k q_{ek})(\gamma^0 E_v + \gamma^l q_{vl})] = \text{Tr}[-(\gamma^0 E_e - \gamma^k q_{ek})(\gamma^0 E_v - \gamma^l q_{vl} - 2\gamma^0 E_v)] \\ & = \text{Tr}[-(\gamma^\mu q_{e\mu} \gamma^\lambda q_{v\lambda}) + (\gamma^0 E_e - \gamma^k q_{ek}) 2\gamma^0 E_v] = \text{Tr}[-(\gamma^\mu q_{e\mu} \gamma^\lambda q_{v\lambda}) + (2\gamma^0 \gamma^0 E_e E_v) - (2\gamma^k \gamma^0 q_{ek} E_v)] \\ & = -4q_e q_v + 8 E_e E_v - 0 \quad \text{par (I.2.22)} \end{aligned}$$

$$\text{V. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)(\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \gamma^0] = 4m_e E_v$$

$$\text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})(\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \gamma^0] + \text{Tr}[m_e \gamma^\lambda q_{v\lambda}] = 0 + m_e 4\gamma^0 q_{v\lambda} = 4m_e E_v \quad \text{par (I.2.22) et (I.2.23)}$$

$$\text{VII. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \sigma^{ij} (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \sigma^{ij}] = 12[E_e E_v + \frac{1}{3} \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v]$$

$$\begin{aligned} & \sigma^{ij} = i(\gamma^i \gamma^j - \gamma^j \gamma^i)/2 \quad i, j \text{ définis par l'approximation non relativiste} \\ & \underbrace{\text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu}) \sigma^{ij} (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \sigma^{ij}]}_{= 0 \quad \text{par (I.2.23)}} + \text{Tr}[m_e \sigma^{ij} (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \sigma^{ij}] \\ & \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu}) i(\gamma^i \gamma^j - \gamma^j \gamma^i) (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) i(\gamma^i \gamma^j - \gamma^j \gamma^i)/4] \end{aligned}$$

Trois termes sont à calculer, correspondant aux couples $(i, j) = (1, 2), (2, 3), (3, 1)$.

Explicitons le premier cas :

$$-1/4 \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})(\gamma^1 \gamma^2 - \gamma^2 \gamma^1)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})(\gamma^1 \gamma^2 - \gamma^2 \gamma^1)]$$

se décompose en 4 termes :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \gamma^1 \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^1 \gamma^2 = \gamma^1 \gamma^2 (-2\delta_{\lambda 1} - \gamma^1 \gamma^\lambda) \gamma^2 = -2\gamma^1 \gamma^2 \delta_{\lambda 1} \gamma^2 - \gamma^1 \gamma^2 \gamma^1 \gamma^\lambda \gamma^2 = 2\gamma^1 \delta_{\lambda 1} - \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^2 \\ & = 2\delta_{\lambda 1} \gamma^1 - \gamma^2 (-2\delta_{\lambda 2} - \gamma^2 \gamma^\lambda) = 2\delta_{\lambda 1} \gamma^1 + 2\delta_{\lambda 2} \gamma^2 - \gamma^\lambda \quad \text{par (I.2.13) et (I.2.14)} \\ \text{(b)} \quad & -\gamma^1 \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^2 \gamma^1 = \gamma^1 \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^1 \gamma^2 = 2\delta_{\lambda 1} \gamma^1 + 2\delta_{\lambda 2} \gamma^2 - \gamma^\lambda \quad \text{par analogie avec (a)} \\ \text{(c)} \quad & -\gamma^2 \gamma^1 \gamma^\lambda \gamma^1 \gamma^2 = \gamma^1 \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^1 \gamma^2 = 2\delta_{\lambda 1} \gamma^1 + 2\delta_{\lambda 2} \gamma^2 - \gamma^\lambda \quad \text{idem} \\ \text{(d)} \quad & \gamma^2 \gamma^1 \gamma^\lambda \gamma^2 \gamma^1 = \gamma^1 \gamma^2 \gamma^\lambda \gamma^1 \gamma^2 = 2\delta_{\lambda 1} \gamma^1 + 2\delta_{\lambda 2} \gamma^2 - \gamma^\lambda \quad \text{idem} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Au total, ces 4 termes donnent : } 8\delta_{\lambda 1} \gamma^1 + 8\delta_{\lambda 2} \gamma^2 - 4\gamma^\lambda \text{ que l'on insère dans la trace ci-dessus :} \\ & -1/4 \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})(8\gamma^1 q_{v1} + 8\gamma^2 q_{v2} - 4\gamma^\lambda q_{v\lambda})] = -1/4 [-32q_{e1} q_{v1} - 32q_{e2} q_{v2} - 16q_e q_v] \quad \text{par (I.2.22)} \end{aligned}$$

Les deux autres expressions en (i, j) donneront des résultats analogues :

$$(i, j) = (2, 3) \rightarrow -1/4 [-32q_{e2} q_{v2} - 32q_{e3} q_{v3} - 16q_e q_v]$$

$$(i, j) = (3, 1) \rightarrow -1/4 [-32q_{e3} q_{v3} - 32q_{e1} q_{v1} - 16q_e q_v]$$

L'ensemble des termes conduit finalement à l'expression suivante :

$$1/4 [64q_{e1} q_{v1} + 64q_{e2} q_{v2} + 64q_{e3} q_{v3} + 48q_e q_v] = 4 [4 \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v + 3q_e q_v] = 4 [\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v + 3E_e E_v]$$

$$\text{VIII. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e) \gamma^k (\gamma^\lambda q_{v\lambda}) \gamma^k] = 12[E_e E_v - \frac{1}{3} \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v] \quad \text{avec } k \neq 0 \text{ (A.N.R.)}^i$$

ⁱ A.N.R. : Approximation non relativiste.

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})\gamma^k(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^k] + \text{Tr}[m_e\gamma^k(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^k]}_{=0 \text{ par (I.2.23)}} \\
& \gamma^1\gamma^\lambda\gamma^1 = \gamma^1(-2\delta_{\lambda 1} - \gamma^1\gamma^\lambda) = -2\delta_{\lambda 1}\gamma^1 + \gamma^\lambda \\
& \gamma^2\gamma^\lambda\gamma^1 = -2\delta_{\lambda 2}\gamma^2 + \gamma^\lambda \\
& \gamma^3\gamma^\lambda\gamma^1 = -2\delta_{\lambda 3}\gamma^3 + \gamma^\lambda \\
\hline
& \rightarrow -2(\delta_{\lambda 1}\gamma^1 + \delta_{\lambda 2}\gamma^2 + \delta_{\lambda 3}\gamma^3) + 3\gamma^\lambda \\
\rightarrow & \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})(-2(q_{v1}\gamma^1 + q_{v2}\gamma^2 + q_{v3}\gamma^3) + 3\gamma^\lambda q_{v\lambda})] = 8(q_{e1}q_{v1} + q_{e2}q_{v2} + q_{e3}q_{v3}) + 12q_e q_v \\
& = 8\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v + 12(E_e E_v - \vec{q}_e \cdot \vec{q}_v)
\end{aligned}$$

$$\text{XI. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)\sigma^{ij}(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^5\gamma^k] = -12m_e E_v$$

Dans ce cas, i, j et k prennent les valeurs 1, 2 et 3 de manière cyclique. Regardons le premier cas :

$$\begin{aligned}
& \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)i(\gamma^1\gamma^2 - \gamma^2\gamma^1)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^5\gamma^3/2] = \\
& \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu})i(\gamma^1\gamma^2 - \gamma^2\gamma^1)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^5\gamma^3/2] + \text{Tr}[im_e(\gamma^1\gamma^2 - \gamma^2\gamma^1)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^5\gamma^3/2] \\
& = 0 \text{ par (I.2.24)} \quad \gamma^1\gamma^2\gamma^\lambda\gamma^5\gamma^3 - \gamma^2\gamma^1\gamma^\lambda\gamma^5\gamma^3 = 2\gamma^1\gamma^2\gamma^\lambda\gamma^5\gamma^3
\end{aligned}$$

Les traces de ces produits de matrices ne sont pas nulles si $\lambda = 0$ (I.2.24).

$$\rightarrow \text{Tr}[im_e\gamma^1\gamma^2(\gamma^0 q_{v0})\gamma^5\gamma^3] = \text{Tr}[-im_e\gamma^5\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3E_v] = -im_e(-4i)E_v \quad \text{par (I.2.25)}$$

Un résultat analogue est obtenu pour les deux autres cas, conduisant au total à $-12m_e E_v$ pour la valeur de cette trace.

$$\text{XII. } \text{Tr}[(\gamma^\mu q_{e\mu} + m_e)\sigma^{ij}(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^k] = 0$$

Les valeurs de i, j et k sont cycliques comme dans le cas précédent. Le développement du produit des matrices conduit à une valeur nulle pour le premier terme par (I.2.23) et il reste seulement le terme incluant la masse m_e : $\text{Tr}[m_e\sigma^{ij}(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^k]$. Développons le cas correspondant à $(i, j, k) = (1, 2, 3)$:

$$\begin{aligned}
& i(\gamma^1\gamma^2 - \gamma^2\gamma^1)(\gamma^\lambda q_{v\lambda})\gamma^3/2 \rightarrow 2\gamma^1\gamma^2\gamma^\lambda\gamma^3 \\
& \text{si } \lambda = 0, \gamma^1\gamma^2\gamma^0\gamma^3 \sim \gamma^5 \rightarrow \text{Tr}() = 0 \quad \text{par (I.2.24)} \\
& \text{si } \lambda \neq 0, \gamma^1\gamma^2\gamma^\lambda\gamma^3 \sim \gamma^\mu\gamma^\nu \rightarrow \text{Tr}() = 0 \quad \text{par (I.2.22)}
\end{aligned}$$

En conclusion, la trace de l'élément XII est nulle dans tous les cas.

Les expressions suivantes fournissent les formes des termes A et B de (I.3.11) après inclusion des valeurs explicites des traces calculées ci-dessus :

$$\begin{aligned}
A &= \{(|C_S|^2 + |C_S'|^2)(1 - \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{E_e E_v}) + (|C_V|^2 + |C_V'|^2)(1 + \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{E_e E_v}) + 2\text{Re}(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) \frac{m_e}{E_e} \} \\
B &= \{(|C_T|^2 + |C_T'|^2)3(1 + \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{3E_e E_v}) + (|C_A|^2 + |C_A'|^2)3(1 - \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{3E_e E_v}) + 6\text{Re}(C_T C_A^* + C_T' C_A'^*) \frac{m_e}{E_e} \}
\end{aligned}$$

En posant :

$$\begin{aligned}
\xi &= |M_F|^2(|C_S|^2 + |C_S'|^2 + |C_V|^2 + |C_V'|^2) + |M_{GT}|^2(|C_T|^2 + |C_T'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2) \\
a &= [|M_F|^2(-|C_S|^2 - |C_S'|^2 + |C_V|^2 + |C_V'|^2) + |M_{GT}|^2(|C_T|^2 + |C_T'|^2 - |C_A|^2 - |C_A'|^2)]/3 \quad / \quad \xi \\
b &= [|M_F|^2\text{Re}(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) + |M_{GT}|^2\text{Re}(C_T C_A^* + C_T' C_A'^*)] / \xi,
\end{aligned}$$

l'équation (I.3.11) s'écrit :

$$X_{NP} = \xi(1 + a \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{E_e E_v} + b \frac{2m_e}{E_e}),$$

et la distribution du taux d'événements (I.3.7) :

$$N(p_e, \theta) dp_e d\theta d\Omega_e = \frac{8\pi^3}{h^7 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \xi(1 + a \frac{\vec{q}_e \cdot \vec{q}_v}{E_e E_v} + b \frac{2m_e}{E_e}) \sin(\theta) dp_e d\theta d\Omega_e$$

La formule peut être intégrée sur un angle solide complet pour l'électron ($\Omega_e = 4\pi$). Le produit scalaire entre les impulsions des leptons peut être explicité, $q_e q_\nu \cos(\theta)$, et la formule peut être simplifiée en remplaçant q_e/E_e par v_e/c et q_ν/E_ν par 1 où v_e est la vitesse de l'électron. Enfin, le facteur accompagnant le paramètre b doit être multiplié par c^2 de manière à rendre l'expression cohérente en termes d'unités.

$$N(p_e, \theta) dp_e d\theta = \frac{32\pi^4}{h^7 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \xi \left(1 + a \frac{v_e}{c} \cos(\theta) + b \frac{2m_e c^2}{E_e} \sin(\theta)\right) dp_e d\theta \quad (\text{I.3.12})$$

Les paramètres a et b sont respectivement le coefficient de corrélation angulaire β - ν et le coefficient du terme d'interférence de Fierz [Fier37]. Les expressions obtenues sont bien celles de Jackson *et al.* [Jack57]. Elles ont été modifiées par les mêmes auteurs pour tenir compte des effets coulombiens [Jack57b], mais ce calcul va au-delà de l'objectif poursuivi dans ce document.

I.3.6. Le cadre du Modèle Standard et au-delà

Dans le Modèle Standard (MS), un grand nombre de paramètres évoqués précédemment sont fixés, essentiellement sur la base de diverses expériences menées vers le milieu du 20^{ème} siècle :

Théorie $V-A \rightarrow C_T = C_S = 0, C_A/C_V < 0$

Invariance sous T $\rightarrow C_i, C_i'$ réelles

Violation maximale de P $\rightarrow C_i' = -C_i$

Dans ce cadre, $b = 0$ et

$$a = [|M_F|^2(|C_V|^2 + |C_V'|^2) + |M_{GT}|^2(-|C_A|^2 - |C_A'|^2)/3] / [|M_F|^2(|C_V|^2 + |C_V'|^2) + |M_{GT}|^2(|C_A|^2 + |C_A'|^2)]$$

Le paramètre de corrélation angulaire est complètement défini dans le cas de transitions pures de type Fermi ($M_{GT} = 0$), $a_F = 1$, et de type Gamow-Teller ($M_F = 0$), $a_{GT} = -1/3$.

L'Hamiltonien de la transition s'écrit :

$$H_{MS} = \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x) \gamma^\mu (C_V + C_A \gamma^5) \psi_n(x)] [\bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)] + h.c. \quad (\text{I.3.13})$$

Cette expression montre que la désintégration β fournit toujours un anti-neutrino droitier, $(1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)$ (voir section I.2.7). Quant à l'électron émis, il est toujours gaucher comme le montre la transformation suivante du terme leptonique :

$$\bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)$$

et $\bar{\psi}_e(x) \frac{(1 + \gamma^5)}{2}$ correspond à $\frac{(1 - \gamma^5)}{2} \psi_e(x)$

Si les interactions étaient purement scalaire et tensorielle, un des leptons émis aurait forcément une hélicité opposée au cas précédent. En effet l'Hamiltonien devient :

$$H_{ST} = C_S \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x) \psi_n(x)] [\bar{\psi}_e(x) (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)] + \\ + C_T \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x) \sigma^{\mu\nu} \psi_n(x)] [\bar{\psi}_e(x) \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)] + h.c.$$

Dans ce cas :

$$\bar{\psi}_e(x) (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \frac{(1 - \gamma^5)}{2} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)$$

et $\bar{\psi}_e(x) \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \sigma^{\mu\nu} \frac{(1 - \gamma^5)}{2} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)$
car γ^5 commute avec I et $\sigma^{\mu\nu}$.

Cette expression montre que l'électron émis est droitier. Si le caractère gaucher de l'électron veut être conservé, il faut alors imposer $C_i' = C_i$ dans les cas scalaire et tensoriel :

$$\bar{\psi}_e(x) (1 + \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \frac{(1 + \gamma^5)}{2} (1 + \gamma^5) \psi_\nu(x) \quad (I.3.14)$$

et $\bar{\psi}_e(x) \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \sigma^{\mu\nu} \frac{(1 + \gamma^5)}{2} (1 + \gamma^5) \psi_\nu(x) = \bar{\psi}_e(x) \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma^5) \psi_\nu(x)$

L'électron émis est bien gaucher, mais l'anti-neutrino aussi.

La recherche de courants exotiques (S , T) dans l'interaction faible met ainsi en évidence des particules d'hélicité opposée à celles émises lors des désintégrations dominantes (V , A). Une mesure précise des hélicités des particules est donc une méthode permettant de tester l'existence de courants exotiques. Les premières mesures d'hélicité effectuées à la fin des années 50 ont permis de confirmer les caractères vectoriel et axial dominants de l'interaction faible [Alle57, Gold58].

Pour favoriser la sensibilité à un couplage exotique, la position des détecteurs peut être guidée par l'émission préférentielle des particules liée à leur hélicité et respectant la conservation du moment angulaire total J . Ainsi dans une transition de Fermi pure, $\Delta J = 0$ impose aux spins des leptons d'être anti-parallèles ($S = 0$). Dans un couplage vectoriel, l'électron et l'anti-neutrino sont émis préférentiellement dans la même direction et, par conservation de l'impulsion, le noyau de recul sera émis à 180° . Dans un couplage scalaire, les leptons seront plutôt émis à 180° l'un de l'autre (voir figure I.2).

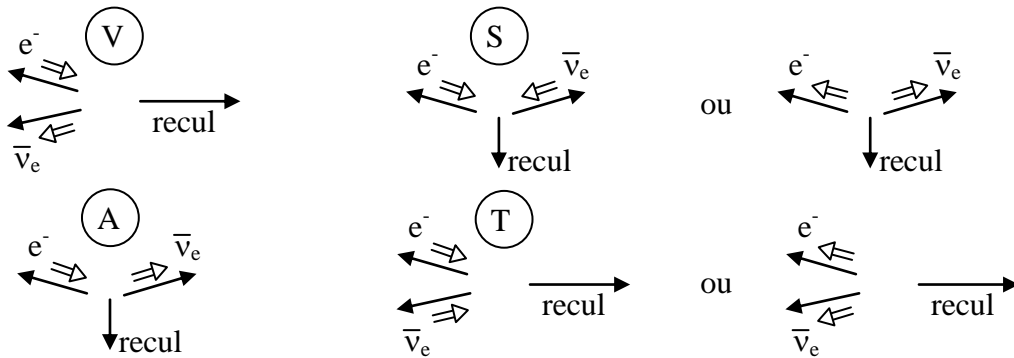


Figure I.2 : Emissions préférentielles des particules dans une désintégration β selon le type de transition et l'hélicité des leptons.

Dans le cas d'une transition de Gamow-Teller pure, $\Delta J = 1$ impose aux spins des leptons d'être parallèles ($S = 1$). Les émissions préférentielles sont donc inversées par rapport aux transitions de Fermi. Détecter l'électron et l'ion de recul dans une configuration des détecteurs

en vis-à-vis favorise donc la sensibilité au couplage exotique d'une mesure du coefficient de corrélation angulaire β - ν dans une transition de GT pure.

Enfin, s'il s'avère que l'électron émis dans une désintégration β est gaucher, cela implique que : $C_S' = C_S$, $C_T' = C_T$, $C_V' = -C_V$, $C_A' = -C_A$ par (I.3.14) et le terme de Fierz est strictement nul.

I.3.7. Les constantes de couplage C_V et C_A

Les valeurs absolues de C_V et C_A peuvent être déterminées à partir des mesures des temps de demi-vie des noyaux ou particules en décroissance. En effet la règle d'or de Fermi donne directement la valeur de la constante radioactive $\lambda = \ln(2)/t_{1/2}$. L'expression de λ est obtenue en intégrant (I.3.12) sur tous les angles possibles d'émission du neutrino ($0 \rightarrow \pi$) et sur toutes les impulsions couvertes par l'électron. L'intégrale sur les angles θ fait apparaître un facteur deux (fonction $\sin\theta$) et annule le terme de corrélation angulaire. De plus, le terme de Fierz disparaît dans le cadre du modèle standard, et le paramètre ξ se réduit à : $\xi = 2 C_V^2 / M_F^2 + 2 C_A^2 / M_{GT}^2$. L'expression (I.3.12) devient :

$$\begin{aligned} d\lambda &= \frac{64\pi^4}{h^7 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 (2C_V^2 |M_F|^2 + 2C_A^2 |M_{GT}|^2) dp_e \\ &= \frac{(2C_V^2 |M_F|^2 + 2C_A^2 |M_{GT}|^2)}{2\pi^3 h^7 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \end{aligned}$$

Les effets coulombiens liés à l'interaction entre le noyau fils et les particules β sont pris en compte en multipliant l'expression précédente par la fonction de Fermi $F(Z', p_e)$, dans laquelle Z' est le numéro atomique du noyau fils. L'intégrale de l'ensemble des fonctions dépendant de l'impulsion de l'électron est cachée dans une fonction $f(Z', E_0)$ appelée l'intégrale de Fermi (ou fonction de taux statistique) qui est rendue sans dimension grâce à une subtile division par des puissances de masse de l'électron :

$$f(Z', E_0) = \frac{1}{(m_e c)^3 (m_e c^2)^2} \int_0^{p_{\max}} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e$$

La constante radioactive s'exprime alors comme suit :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{2(C_V^2 |M_F|^2 + C_A^2 |M_{GT}|^2) m_e^5 c^4}{2\pi^3 h^7} f(Z', E_0)$$

que l'on écrit plutôt sous la forme " ft " appelée aussi période comparée :

$$ft_{1/2} = \frac{2\ln(2)\pi^3 h^7}{2(C_V^2 |M_F|^2 + C_A^2 |M_{GT}|^2) m_e^5 c^4} = \frac{4.814 \cdot 10^{-5}}{2(C_V^2 |M_F|^2 + C_A^2 |M_{GT}|^2)} s \quad (\text{I.3.15})$$

Les valeurs ft ou plutôt $\log(ft)$ permettent de comparer les transitions β entre-elles. Les valeurs s'étalent de ~ 3 pour les transitions permises ($l=0$) à ~ 20 pour les 4^{èmes} interdites ($l=4$). Le calculⁱ de $\log(ft)$ pour une transition donnée permet grossièrement de déterminer son type. Il

ⁱ Voir par exemple : www.nndc.bnl.gov/logft/

convient de préciser que le paramètre $t_{1/2}$ dans la formule est une période partielle, c'est-à-dire la période du noyau $T_{1/2}$ corrigée par le rapport d'embranchement de la transition BR : $t_{1/2} = T_{1/2} / BR$

L'expression (I.3.15) ne dépend que des éléments de matrice nucléaire (F et GT), et des constantes de couplage respectives. Les valeurs de ces constantes peuvent donc être déduites des mesures des périodes de transitions β pour lesquelles les éléments de matrice nucléaire sont facilement calculables.

I.3.7.1. Les éléments de matrice nucléaire et les règles de sélection

L'élément de matrice M_F (I.3.9) est sensé transformer un neutron en un proton dans un noyau. En physique nucléaire l'opérateur isospin est créé pour effectuer une telle opération. L'isospin total est un vecteur à trois dimensions construit comme suit :

$$\vec{T} = \frac{1}{2}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$$

$$\text{où} \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

par analogie avec les matrices de Pauli.

Les opérateurs T^+ et T^- sont les opérateurs permettant de transformer un neutron en un proton et vice versa : $T^+ = (\tau_1 + i\tau_2)/2$ $T^- = (\tau_1 - i\tau_2)/2$

$$T^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Les états proton et neutron sont respectivement : $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ainsi :

$$T^+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

le neutron a bien été transformé en un proton, et T^+ est l'opérateur associé à une transition nucléaire de type Fermi : $M_F = \langle b | T^+ | a \rangle$

L'élément de matrice de Gamow-Teller (I.3.10) est traité de manière identique, en tenant compte en plus du changement de spin lors de la transformation :

$$|M_{GT}|^2 = (\sum_k |\langle b | T^+ \sigma_k | a \rangle|^2)_{\text{moyenne}}$$

où $T^+ \sigma_k$ est l'opérateur de spin-isospin.

Les règles de sélection des transitions peuvent être déduites de ces expressions. Un état nucléaire est représenté par $|\alpha J M P\rangle$ où J est le moment angulaire total, M sa projection sur l'axe OZ et P la parité. Les autres nombres quantiques inutiles ici sont représentés par α . Si les noyaux ne sont pas polarisés et que l'on ne détecte pas de polarisation en voie de sortie, il faut sommer sur toutes les composantes M , et le calcul aboutit à l'élément de matrice "réduit" défini par le théorème de Wigner-Eckart :

$$\langle \alpha_f J_f P_f || T(k, P) || \alpha_i J_i P_i \rangle$$

où $T(k, P)$ est un opérateur tensoriel d'ordre k et de parité P .

Les règles de sélection sont : $|J_f - J_i| \leq k \leq J_f + J_i$ et $P = P_f P_i$

Dans le cas d'une transition de Fermi, l'opérateur est scalaire, $T(0,+)$, ce qui impose les règles de sélection suivantes :

$$\Delta J = 0 \quad P_f = P_i$$

Dans le cas d'une transition GT, l'opérateur est vectoriel, $T(1,+)$, imposant les règles suivantes :

$$\Delta J = 0,1 \quad P_f = P_i \quad \text{à l'exclusion de } J_f = J_i = 0 \text{ (transitions Fermi pures)}$$

Les transitions $0^+ \rightarrow 0^+$ sont de pures transitions de Fermi à grande probabilité, appelées superpermises. Leur analyse détaillée permet de déterminer précisément la constante de couplage vectoriel C_V qui leur est associée.

I.3.7.2. Les transitions superpermises et l'hypothèse CVC

L'élément de matrice prend la même valeur pour toutes les transitions $0^+ \rightarrow 0^+$. Il vaut simplement $\sqrt{2}$.

Exemple : $^{14}_8\text{O} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + \beta^+ + \nu_e$

La transition s'effectue vers un état excité du noyau fils. Les deux noyaux appartiennent au même isomultiplet $T = 1$, avec $T_3(^{14}\text{O}) = 1$ et $T_3(^{14}\text{N}) = 0$. L'élément de matrice s'écrit comme suit :

$$M_F = \langle 1,0 / T^- / 1,1 \rangle$$

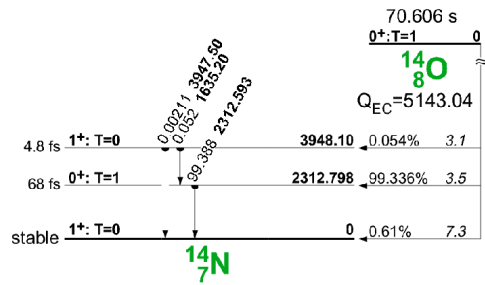
Le calcul s'effectue en appliquant les mêmes

règles que pour le moment angulaire :

$$J^- |j, m_j\rangle = \sqrt{(j+m_j)(j-m_j+1)} |j, m_j-1\rangle$$

Ici, $T^- |1,1\rangle = \sqrt{(1+1)(1-1+1)} |1,0\rangle = \sqrt{2} |1,0\rangle$

Dès lors, $M_F = \sqrt{2}$.



Ce calcul suppose que les états nucléaires sont des états purs d'isospin. En réalité diverses corrections doivent être apportées à ce résultat. Elles ne seront pas discutées ici, et le lecteur intéressé est invité à lire la référence [Town08].

La figure I.3 montre que toutes les valeurs ft corrigées (Ft) des transitions superpermises sont compatibles entre-elles, avec une moyenne valant 3071.81 (83) s [Hard09]. Celle-ci permet de déduire une valeur très précise pour la constante de couplage vectoriel C_V . En effet, pour une transition de Fermi pure, la relation (I.3.15) se réduit à :

$$ft_{1/2} = \frac{4.814 \cdot 10^{-5}}{2C_V^2 |M_F|^2} s$$

et on en déduit que $\sqrt{2} C_V = 8.8526 \cdot 10^{-5} \text{ MeV fm}^3$.

Cette valeur est très proche de celle de la constante de l'interaction faible déduite de la désintégration du muon (transition purement leptonique)ⁱ :

$$G_F = 8.9618 \cdot 10^{-5} \text{ MeV fm}^3 \text{ [PDG08]}$$

ⁱ La valeur de G_F a été déterminée historiquement sans tenir compte de la violation de parité. La définition originale est conservée aujourd'hui et elle explique le facteur $\sqrt{2}$ gardé devant C_V pour la comparaison.

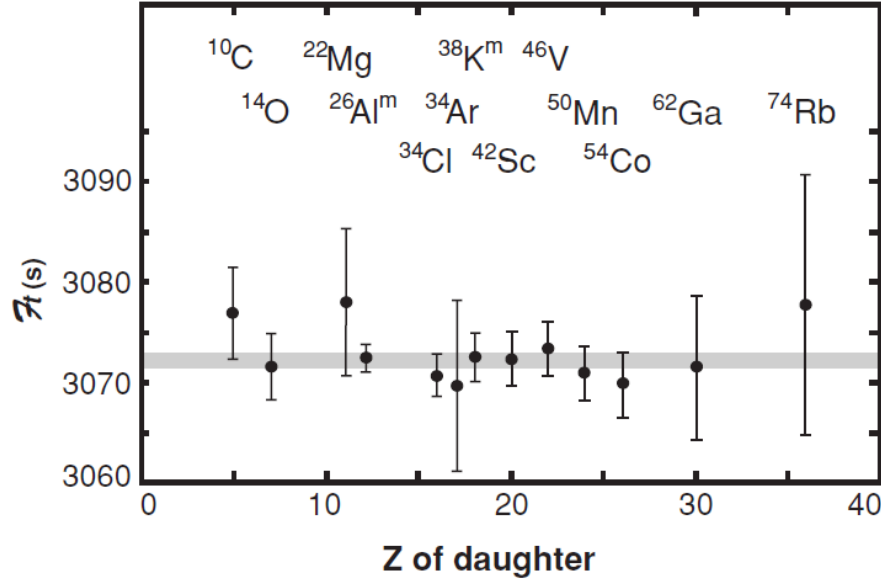


Figure I.3 : Valeurs Ft des 13 transitions superpermises les plus connues. La zone horizontale grisée représente une déviation standard autour de la valeur moyenne. (Figure tirée de [Hard09])

De cette comparaison est née l'interaction universelle de Fermi appelée aussi hypothèse CVC (Conserved Vector Current) : la composante Fermi (V) de l'interaction n'est pas modifiée lorsque l'on passe d'une décroissance purement leptonique à la désintégration d'un noyau radioactif malgré la soupe de mésons dans laquelle baignent les nucléons. Ce phénomène s'explique par une analogie avec l'interaction électromagnétique : quand un proton interagit avec un champ électromagnétique, cette interaction n'est pas modifiée par l'émission de pions virtuels ($p \rightarrow n + \pi^+$). La charge électrique n'est pas "renormalisée" par l'interaction forte. La "charge" faible représentée par C_V se comporte comme la charge électriqueⁱ.

Il existe néanmoins un petit écart entre les valeurs de G_F et $\sqrt{2} C_V$. L'explication est donnée par la théorie de mélange des quarks : les états propres des quarks dans le cadre de l'interaction faible sont un mélange des états de base. Par convention, le mélange est effectué sur les quarks de charge $-1/3$, les autres restant inchangés :

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

$$\text{où} \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

La matrice de mélange est appelée matrice CKM (Cabibbo – Kobayashi – Maskawa). Dans une désintégration β , le courant hadronique est modifié par le terme V_{ud} de la matrice CKM :

$\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} \bar{\psi}_p O_i \psi_n$. Ainsi, la mesure de $C_V (= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud})$ permet de déterminer V_{ud} . L'extraction

précise de ce paramètre passe inévitablement par l'application de corrections (coulombiennes, radiatives, ...) discutées dans la référence [Town08]. La valeur obtenue pour V_{ud}

ⁱ Voir par exemple [Burc95] page 403.

(0.97425(22)), associée aux valeurs actuelles de V_{us} (0.22534(93)) [Hard09] et V_{ub} (0.00393(35)) [PDG08], est compatible avec le caractère unitaire de la matrice CKM.

Sur la base de ce qui vient d'être discuté, certains auteurs réécrivent l'Hamiltonien (I.3.13) comme suit :

$$H_{MS} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_V \int d\vec{r} [\bar{\psi}_p(x) \gamma^\mu (1 + \frac{C_A}{C_V} \gamma^5) \psi_n(x)] [\bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu(x)] + h.c.$$

Dans cette expression C_V est directement égal à V_{ud} . Il est remarquable que dans l'hypothèse où C_A est égal à $-C_V$, l'expression obtenue est complètement symétrique courant hadronique – courant leptonique. C'est le cas si le courant axial est aussi conservé. La forme obtenue pour l'Hamiltonien, identique à celle proposée initialement par Fermi dans un contexte sans violation de parité, est la base de la théorie V-A. En fait cette théorie ne peut s'appliquer que dans un contexte idéal d'une interaction faible à l'état pur. En effet, contrairement au cas vectoriel, l'interaction forte modifie le courant axial. Cette fois, une analogie électromagnétique peut être effectuée avec le moment magnétique d'un nucléon dans un noyau, modifié par la présence des mésons par rapport à sa valeur obtenue pour un nucléon libre. La valeur obtenue pour $|C_A|$ sera différente de celle de $|C_V|$.

Elle est estimée précisément dans la désintégration du neutron pour laquelle le calcul des éléments de matrice de transition peut être effectué dans un cadre théorique simple.

I.3.7.3. La valeur de C_A en milieu nucléaire

La désintégration du neutron se réalise via une transition mélangée F + GT :

$$\begin{array}{ccc} n & \rightarrow & p + e^- + \bar{\nu}_e \\ \text{spins} & & \\ 1/2^+ & & 1/2^+ \end{array}$$

Pour cette décroissance, l'élément de matrice de Fermi vaut simplement 1 :

$$\langle 1/2, 1/2 | T^+ | 1/2, -1/2 \rangle = \sqrt{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1)} = 1$$

L'élément de matrice de GT s'obtient en effectuant en plus une moyenne sur les spins :

$$|M_{GT}|^2 = |\langle \sigma_x \rangle|^2 + |\langle \sigma_y \rangle|^2 + |\langle \sigma_z \rangle|^2 = 3|\langle I \rangle|^2$$

Dès lors, la valeur ft s'exprime comme suit : $ft_{1/2} = \frac{4.81410^{-5}}{2(C_V^2 + 3C_A^2)} \text{ s}$

Elle peut être déterminée à partir du temps de vie du neutron qui vaut 885.7 (8) s [PDG08] et qui conduit à une valeur de 1039.92 s pour ft .

Pour déterminer C_A , il suffit de comparer cette valeur à celle obtenue pour les transitions superpermises :

$$\alpha = \frac{(ft)_{0^+ \rightarrow 0^+}}{(ft)_n} = \frac{C_V^2 + 3C_A^2}{2C_V^2} = \frac{3071.8}{1039.92} = 2.95$$

$$\text{et} \quad (C_A/C_V)^2 = 2(\alpha - 1/2)/3 = 1.63 \rightarrow |C_A/C_V| = 1.28$$

Un ajustement global prenant en compte toutes les données disponibles a permis d'extraire une valeur très précise pour ce rapport : $|C_A/C_V| = 1.2699$ (7) [Seve06].

Enfin, le signe de C_A par rapport à C_V peut être déterminé en étudiant la désintégration de neutrons polarisés [Abel09].

Pour terminer cette partie, il est intéressant de noter que les valeurs obtenues ci-dessus permettent de déterminer les pourcentages d'interaction de type F et GT dans la décroissance du neutron.

Définissons : $\rho = C_A/M_{GT} / C_V/M_F$

$$\text{le } \% F = (C_V/M_F)^2 / [(C_V/M_F)^2 + (C_A/M_{GT})^2] = 1 / (1 + \rho^2)$$

$$\text{le } \% GT = (C_A/M_{GT})^2 / [(C_V/M_F)^2 + (C_A/M_{GT})^2] = 1 / (1 + 1/\rho^2)$$

$$\text{La valeur } ft \text{ devient : } ft_{1/2} = \frac{4.81410^{-5}}{2C_V^2 |M_F|^2 (1+\rho^2)} s$$

$$\text{et } \alpha = (1 + \rho^2)/2$$

Dès lors, pour le neutron, on obtient :

$$\% F = (2\alpha)^{-1} = 17\% \quad \text{et} \quad \% GT = 1 - (2\alpha)^{-1} = 83\%$$

Cette démarche est aussi intéressante à mener pour un ensemble de transitions particulières appelées transitions miroirs. Elles sont caractérisées par le fait que les nombres de protons et de neutrons s'échangent simplement lors de la transition : à part les différences liées à l'interaction coulombienne, le recouvrement des fonctions d'onde entre les états initial et final est important. Pratiquement, cela se traduit par une composante Fermi qui n'est pas négligeable. Pour ces transitions, l'élément de matrice de Fermi est égal à 1 comme dans le cas du neutron. Le tableau I.4 donne les résultats obtenus pour quatre transitions de ce type.

Noyau	$T_{1/2}^i$	Q_{ec}^i (keV)	BR^i (%)	$\log(ft)^{ii}$	α	%F	%GT
^{13}N	9.965 m	2220.5	100	3.665	0.665	75	25
^{19}Ne	17.25 s	3238.8	99.986	3.231	1.804	28	72
^{35}Ar	1.775 s	5966.1	98.36	3.755	0.545	92	8
^{39}Ca	0.861 s	6532.6	99.998	3.63	0.715	70	30

Tableau I.4 : Caractéristiques de quelques transitions miroirs.

Les valeurs des pourcentages d'interaction (%F et %GT) calculées dans le tableau I.4 ne sont que des ordres de grandeurs. Des valeurs précises peuvent être obtenues en appliquant un ensemble de corrections théoriques comme dans le cas des transitions superpermises. Ce travail est effectué dans la référence [Seve08].

Les décroissances pour lesquelles les fonctions d'onde des états initial et final sont très différentes, sont caractérisées par une composante de Fermi pratiquement nulle. C'est le cas pour les noyaux très exotiques, et la détermination des valeurs ft permet alors de déduire une information sur les éléments de matrice de GT ("force" de Gamow-Teller) qui peut être comparée aux prédictions des modèles nucléaires (voir par exemple [Perr06]).

Enfin, il est intéressant de remarquer que la mesure du paramètre de corrélation angulaire dans les transitions miroirs permet de déterminer précisément la valeur absolue du rapport d'interactions ρ :

ⁱ Valeurs tirées de [Seve08]

ⁱⁱ Valeurs calculées sur www.nndc.bnl.gov/logft/

$$a_m = a_F p_F + a_{GT} p_{GT}$$

où a_m est la valeur mesurée du coefficient de corrélation;
 p_F et p_{GT} sont les %F et %GT;
 $a_F = 1$ (MS) et $a_{GT} = -1/3$ (MS).

$$\rightarrow a_m = (1 - \rho^2/3)/(1 + \rho^2)$$

La valeur extraite, associée à une mesure précise et indépendante de la période du noyau, permet alors d'obtenir des informations sur la composante de Fermi de l'interaction, et ipso facto, sur l'élément de matrice V_{ud} de la matrice CKM. Il s'agit d'une méthode alternative à la méthode classique basée sur l'étude des transitions superpermises, et qui est essentiellement développée aujourd'hui autour de la désintégration du neutron [Seve06]. Elle peut être étendue à l'ensemble des transitions miroirs [Navi09] (voir IV.3).

I.4. Conclusion et discussion

Pour l'expérimentateur que je suis, l'écriture de ces pages "théoriques" a été un moment particulièrement épique. Je me suis replongé dans un monde se situant à des lieues de mon quotidien : montage de détecteurs, réglages de discri, démarrage d'une acquisition de données et grande explication physique ... avec les mains ! Ce petit exercice théorique pur m'a convaincu que je resterais jusqu'à la fin de ma carrière un expérimentateur, plus proche du technicien que du théoricien. Je ne considère pas cette situation dévalorisante car il faut garder à l'esprit que la "vraie" physique se trouve dans les spectres expérimentaux, à condition évidemment que le biais amené par le dispositif expérimental ait été correctement géré. L'interprétation des données se fait toujours dans un cadre théorique défini, qui peut devenir malheureusement plus ou moins approximatif selon la "distance" entre les hypothèses de base et la réalité expérimentale.

Si l'aboutissement du calcul effectué dans ce chapitre m'a donné une certaine satisfaction, il m'a aussi laissé un léger sentiment général d'insatisfaction, en raison des diverses approximations effectuées pour déduire la forme attendue de la distribution des événements à partir d'un cadre théorique initialement simple. Citons en vrac : l'approximation non relativiste (ANR) effectuée pour les nucléons, la fonction d'onde des leptons limitée à leur plus simple expression et la description simpliste du milieu nucléaire dans lequel se déroule la désintégration. Evidemment ces approximations sont justifiées :

- ANR : vu les énergies en jeu, les nucléons n'ont pas de comportement relativiste; cette approximation revient à négliger le terme $p/(E+m)$ dans les composantes des spineurs, pour p valant au mieux quelques MeV et m plusieurs GeV.
- leptons : l'approximation de la fonction d'onde revient à restreindre la description au cas où les leptons n'emportent pas de moment angulaire ($l = pr = 0$); c'est en principe le cas pour les transitions permises.
- milieu nucléaire : globalement notre méconnaissance des noyaux est cachée dans l'élément de matrice nucléaire; de plus dans une transition pure (F ou GT), les expressions sont indépendantes de cet élément.

Si ces approximations ne posent aucun souci quand il s'agit de définir les courants dominants de l'interaction, c'est évidemment moins clair quand on cherche à déterminer un paramètre avec une grande précision. Dans ce cas, la tendance consiste à utiliser des facteurs de correction. L'exemple le plus parlant est le cas des transitions superpermises (voir point I.3.7.2) pour lesquelles des corrections coulombiennes, radiatives et de brisure de symétrie d'isospin sont prises en compte pour extraire la valeur de C_V [Town08]. Finalement le fait qu'une valeur commune de la constante de couplage puisse être extraite à partir de noyaux si différents ($^{10}\text{C} \rightarrow ^{74}\text{Rb}$) est un gage d'un traitement adéquat et pertinent du milieu nucléaire par l'application des corrections. A l'extrême, ces mesures pourraient être vues comme une bonne méthode pour contraindre les modèles nucléaires...

Qu'en est-il pour les mesures de corrélation angulaire ?

Tout d'abord, il convient de rappeler que les corrections coulombiennes ont été incluses par Jackson *et al.* dans les expressions des différents paramètres de corrélation, par rapport au développement théorique décrit dans cette partie [Jack57b]. Concernant les corrections radiatives, Glück a déterminé les effets qui modifiaient les spectres expérimentaux à partir desquels la valeur de a était extraite [Gluc98], pour les expériences les plus précises à cette époque (GT : ^6He , F : ^{32}Ar). La correction est de l'ordre de 4‰ pour l' ^{32}Ar et 1‰ pour l' ^6He . En revanche, il n'y a pas à ma connaissance de correction relativiste apportée sur le mouvement des nucléons. Etant donné les précisions actuelles sur les valeurs de a ($\sim 1\%$), cet

effet reste tout à fait négligeable (voir tableau I.5), mais il faudrait peut-être en tenir compte si les précisions atteintes devenaient inférieures au %.

Noyau	Q_β (MeV)	p_{\max} (MeV/c)	$p_{\max}/(E+m)$
${}^6\text{He}$	3.508	3.99	$\sim 7 \cdot 10^{-4}$
${}^{32}\text{Ar}$	5.104	5.59	$\sim 2 \cdot 10^{-4}$

Tableau I.5 : Valeur maximale du terme négligé dans le cadre de l'ANR pour deux transitions permises et pures.

Enfin il est important de préciser que des corrections dites d'ordre supérieur sont prises en compte dans une modélisation alternative du processus β nucléaire. Elles tiennent compte d'effets radiatifs complémentaires, de la structure hadronique des nucléons et d'éventuelles contributions du second ordre à l'approximation permise, liées au fait que les transitions deuxièmes interdites peuvent obéir aux mêmes règles de sélection. En général, ces effets ne sont pas inclus dans une théorie plus globale que celle qui a été présentée dans cette section, mais dans une théorie alternative basée sur la structure $V-A$ dominante de l'interaction faible [Gell58, Hols74, Klep77]. Certaines contributions reviennent à accepter des dérivées des champs de base dans l'Hamiltonien général, et elles donnent lieu à des termes correctifs à la théorie $V-A$, appelés magnétisme faible, scalaire induit, tenseur induit et pseudo-scalaire induit. L'adjectif "induit" a été ajouté pour différencier ces termes des couplages de même nom introduits dans la forme minimale de l'Hamiltonien (I.3.2) utilisé dans le développement théorique présenté dans cette première partie. Quelques références sur le sujet sont disponibles dans l'article de revue [Seve06].

Sur base de la théorie alternative, Holstein *et al.* ont dérivé des formules de distributions d'événements du même type que (I.3.12) [Hols71, Hols74]. Quelques analyses de résultats de mesures de corrélation ont été effectuées par Kleppinger *et al.* [Klep77], mais elles sont critiquées par Glück [Gluc98]. Celui-ci a d'ailleurs judicieusement transformé les formules proposées par Holstein *et al.* de façon à les adapter à une analyse plus globale des spectres expérimentaux, en négligeant quand même quelques termes d'ordre supérieur. L'analyse n'a été appliquée qu'au cas de l' ${}^6\text{He}$, en tenant compte d'un maximum d'effets de recul, et la correction apportée par rapport à la seule correction radiative discutée plus haut est de l'ordre de $6 \cdot 10^{-4}$ [Gluc98]. Cela reste bien inférieur aux précisions obtenues aujourd'hui sur les paramètres de corrélation, mais il faudra être vigilant dans le cas d'une amélioration importante de celles-ci. Il conviendrait alors de disposer de formules de taux d'événements incluant clairement l'ensemble des effets pertinents.

II. La mesure du paramètre a

II.1. Les techniques de mesure

II.1.1. Les mesures directes

La formule I.3.12 fournit la distribution des événements d'une désintégration β dans un plan cinématique formé par l'impulsion de l'électron p_e et l'angle θ entre les directions d'émission des deux leptons. Cette distribution est sensible à la valeur du paramètre de corrélation angulaire a , mais dans l'état elle est difficilement accessible à l'expérience car le neutrino n'est pratiquement pas détectable.

La troisième particule, l'ion de recul, plus facile à détecter, est forcément sensible au mouvement des deux autres acteurs, et un changement de variable cinématique est opéré sur la distribution I.3.12 afin de l'exprimer en fonction de son impulsion. La conservation de la quantité de mouvement dans le processus β s'écrit comme suit :

$$\vec{p}_e + \vec{p}_\nu + \vec{r} = \vec{0}$$

où \vec{p}_e , \vec{p}_ν , \vec{r} sont respectivement les impulsions de l'électron, du neutrino et de l'ion de recul.

Dès lors : $r^2 = p_e^2 + p_\nu^2 + 2 p_e p_\nu \cos(\theta)$

$$\rightarrow d(\cos(\theta)) = -\sin(\theta) d\theta = r dr / p_e p_\nu$$

Le signe négatif signifie simplement que r évolue dans le sens opposé à θ (voir fig.II.2). Il n'a pas de sens dans l'expression du taux d'événementsⁱ :

$$N(p_e, r) dp_e dr = \frac{32\pi^4}{h^7 c^3} \frac{p_e r (E_0 - E_e)^2}{p_\nu} \xi \left(1 + a \frac{v_e}{c} \frac{(r^2 - p_e^2 - p_\nu^2)}{2 p_e p_\nu} \right) dp_e dr$$

En principe, la détection de l'électron fournit directement son énergie cinétique T_e :

$$\begin{aligned} T_e &= E_e - m_e c^2 \quad \text{où } E_e \text{ et } m_e \text{ sont l'énergie totale et la masse de l'électron} \\ \text{et} \quad E_e^2 &= p_e^2 c^2 + (m_e c^2)^2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow p_e dp_e = E_e / c^2 dT_e$$

Enfin la distribution est modifiée de façon à l'exprimer en fonction du bilan énergétique de la désintégration β , Q : $E_0 - E_e = E_\nu = Q - T_e$

$$\boxed{N(T_e, r) dT_e dr = \frac{32\pi^4}{h^7 c^4} (T_e + m_e c^2) r (Q - T_e) \xi \left(1 + a \frac{(r^2 - p_e^2 - p_\nu^2)c}{2 E_e p_\nu} \right) dT_e dr} \quad (\text{II.1})$$

ⁱ Le terme de Fierz (b) est choisi égal à 0.

où $p_e^2 = (T_e^2 + 2 m_e c^2 T_e)/c^2$
 $p_v^2 = (Q - T_e)^2/c^2$
 v_e/c a été remplacé par $p_e c/E_e$

La figure II.1 montre l'évolution du taux d'événements en fonction de la valeur du paramètre de corrélation dans l'espace cinématique ouvert par T_e et r .

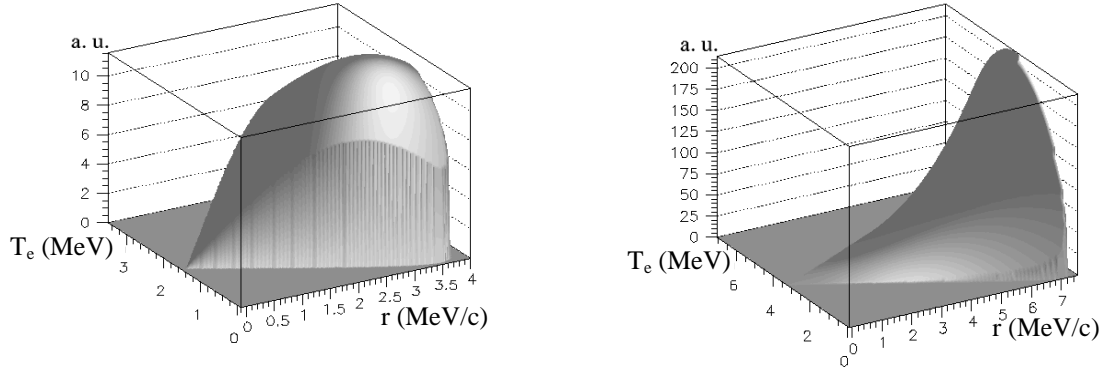
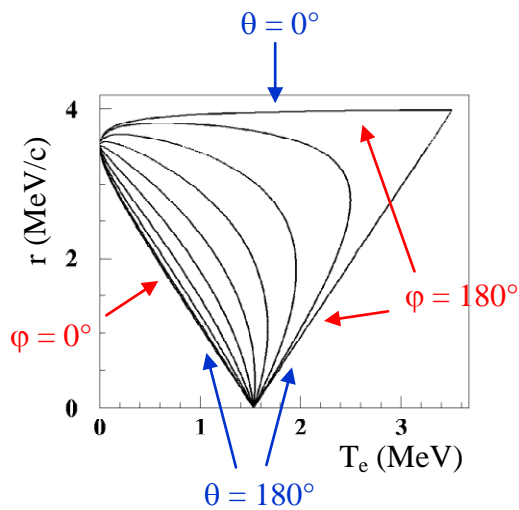


Figure II.1 : Distributions des événements de désintégration β dans le plan (T_e, r) pour une transition de GT ($a = -1/3$, spectre de gauche) et une transition de F ($a = 1$, spectre de droite).

Il est clair que la variation de a modifie la répartition des événements selon un axe parallèle à l'axe des impulsions de recul. Ceci explique que le spectre monodimensionnel en énergie de l'électron est insensible à la valeur du paramètre de corrélation angulaire (intégrer l'expression I.3.12 sur tous les angles θ annule le terme de corrélation).

En revanche la distribution en impulsion de l'ion de recul est bien sensible à la valeur de a . Une expression analytique de cette distribution peut être obtenue en intégrant la formule (II.1) sur l'énergie cinétique de l'électron. Les bornes de ce dernier paramètre dépendent de la valeur de r . Elles peuvent être déterminées en imposant des valeurs limites aux angles θ ou φ selon le domaine cinématique considéré (voir fig. II.2).



	$rc < Q$	$rc > Q$
T_{\min}	$\varphi = 0^\circ$	$\theta = 0^\circ$
T_{\max}	$\varphi = 180^\circ$	$\theta = 180^\circ$

Figure II.2: Espace cinématique ouvert pour une transition β caractérisée par $Q = 3.5$ MeV. Le tableau fournit les angles conduisant aux valeurs limites de l'énergie cinétique des β .

En incluant les valeurs limites des angles dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, on obtient finalement dans tous les cas :

$$T_{\min} = \frac{(rc - Q)^2}{2(m_e c^2 + Q - rc)} \quad \text{et} \quad T_{\max} = \frac{(rc + Q)^2}{2(m_e c^2 + Q + rc)}$$

L'intégrale de l'équation (II.1) définie entre les bornes ci-dessus conduit à la formule suivante :

$$N(r)dr = C r \xi \{f + g + a [f + h(r)]\} dr \quad (\text{II.2})$$

où C est une constante

$$f = \left[\frac{T_{\min}^3 - T_{\max}^3}{3} \right] + (Q - m_e c^2) \left[\frac{T_{\max}^2 - T_{\min}^2}{2} \right]$$

$$g = Q m_e c^2 [T_{\max} - T_{\min}]$$

$$h(r) = \frac{(r^2 c^2 - Q^2)}{2} [T_{\max} - T_{\min}]$$

L'expression (II.2) est bien proportionnelle au paramètre a . La figure II.3 montre deux distributions d'événements de recul calculées pour $a = \pm 1/3$ dans le cas d'une transition caractérisée par $Q = 3.5$ MeV.

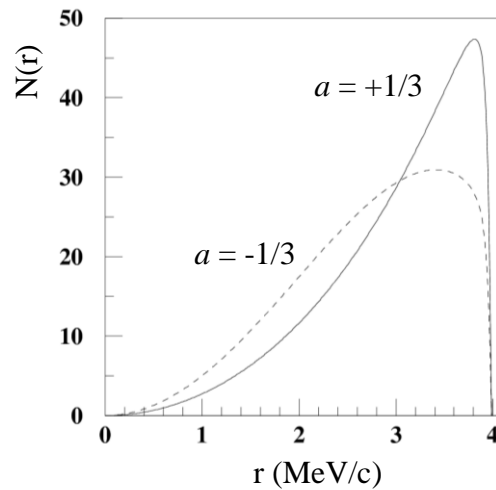


Figure II.3: Distributions en impulsion des ions de recul d'une transition β caractérisée par $Q = 3.5$ MeV pour a valant $\pm 1/3$.

En principe, il suffit de mesurer l'énergie de l'ion de recul pour acquérir des données sensibles au paramètre de corrélation angulaire. La technique garde toute sa sensibilité si la décroissance se fait entre états fondamentaux. En pratique elle n'est pas aisée car l'énergie de recul est toujours très faible, de quelques centaines d'eV à quelques keV au maximum. La faiblesse de cette énergie empêche de surcroît toute implantation des noyaux radioactifs dans une cible solide. Pour contourner cette difficulté, les expérimentateurs ont développé des systèmes de confinement de noyaux radioactifs, d'abord dans un environnement gazeux au milieu du siècle passé [John63]ⁱ, et plus récemment basés sur des techniques de piégeage d'ions ou d'atomes [Scie04, Flec08].

ⁱ Les références citées dans cette partie associent des articles anciens et récents arbitrairement choisis.

Dans le cas particulier du neutron, la mesure est réalisée en vol, autour d'une source de neutrons lents (thermiques, froids) issus d'un réacteur [Stra78, Gluc05].

Des spectromètres de recul ont été construits pour mesurer directement l'énergie des ions de recul, soit en "single" [Alle59a, Kozl08], soit en coïncidence avec l'énergie des particules β [Vise63].

D'autres équipes ont plutôt développé un système de détection fournissant le temps de vol des ions par rapport aux β [Ridl61, Gore05]. Il s'agit forcément d'une détection en coïncidence. Pour reproduire la distribution des événements, un nouveau changement de variable s'impose dans l'équation (II.1) :

$$r = m_{ion} d_{S-D} / t$$

où m_{ion} est la masse de l'ion de recul
 d_{S-D} est la distance entre la source et le détecteur
 t est le temps de vol des ions

$$\rightarrow dr = r^2 / (m_{ion} d_{S-D}) dt$$

$$\rightarrow N(T_e, t) dT_e dt = C' (T_e + m_e c^2) r^3 (Q - T_e) \xi \left(1 + a \frac{(r^2 - p_e^2 - p_\nu^2) c}{2 E_e p_\nu} \right) dT_e dt \quad (II.3)$$

La figure II.4 présente la distribution des événements dans le plan cinématique ouvert par T_e et t , et les projections sur les deux axes pour la transition de la figure II.3 avec $a = -1/3$.

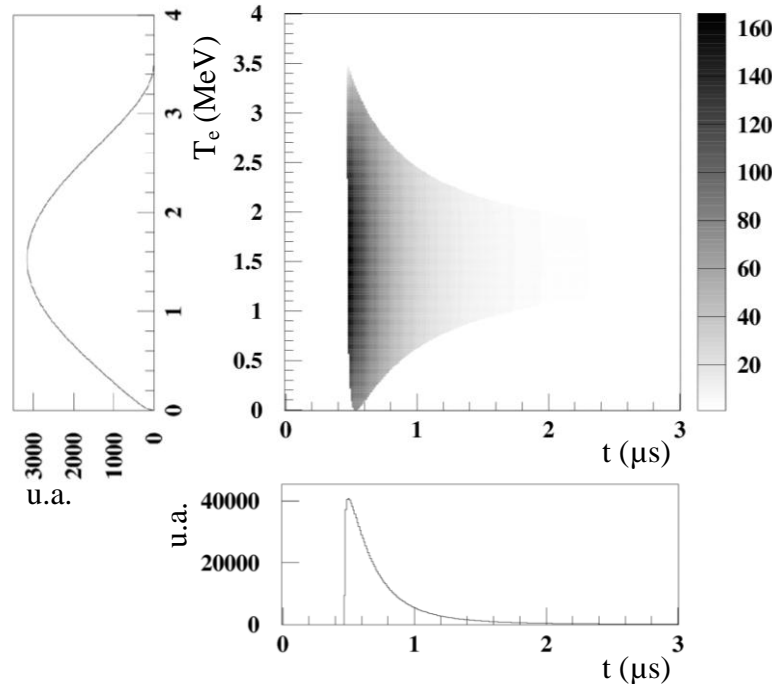


Figure II.4: Distribution des événements d'une transition β caractérisée par $Q = 3.5$ MeV et calculée pour $a = -1/3$, dans le plan (t, T_e) , avec projections sur les axes.

Rappelons enfin que dans le cas d'une mesure en coïncidence, la sensibilité à une contribution d'un courant exotique dans la décroissance β peut être favorisée par la position des détecteurs, sur la base de l'émission préférentielle des particules liée à leur hélicité (voir I.3.6).

Il est aussi important de noter que les noyaux fils issus des désintégrations β possèdent une distribution d'états de charge liée à l'effet *shake-off* : la variation rapide du champ coulombien due au changement soudain de la charge du noyau lors de la transition peut provoquer l'éjection d'électron du cortège [Scie03]. Dans une désintégration β^+ d'un ion radioactif de charge $1+$, cet effet est même primordial pour une bonne détection des noyaux fils car ils sont produits, dans leur état le plus probable, sous forme d'atomes. L'ensemble des dispositifs expérimentaux cités ci-dessus possèdent des champs de confinement et/ou d'extraction qui vont perturber différemment le mouvement des ions selon leur état de charge. Il est donc important que le *shake-off* des électrons soit bien connu dans le noyau étudié ou que le dispositif de mesure y soit sensible [John63, Gore05]. Récemment, une mesure du coefficient de corrélation dans la décroissance du ^{21}Na a même été effectuée en mesurant le temps de vol des ions de recul, non par rapport aux β , mais par rapport aux électrons de *shake-off* [Vett08].

II.1.2. Les mesures indirectes

Lorsque la transition passe par un état excité du noyau fils, une information plus indirecte peut être obtenue sur la valeur de a , en étudiant les caractéristiques cinématiques des particules secondaires émises pendant le recul des noyaux fils suivant la décroissance β [Boot59, Adel99]. L'avantage est souvent double : l'ion de recul ne doit pas être détecté et les noyaux radioactifs peuvent être implantés dans une cible solide. Ce deuxième intérêt dépend en fait du temps de vie du niveau atteint [Egor97, Voro03].

Les particules secondaires étant émises pendant le recul du noyau fils, elles subissent un décalage cinétique assimilable à l'effet Doppler dans le cas des photons. Un principe de mesure est présenté à la figure II.5. Le système est basé sur une détection en coïncidence des particules secondaires (ici des γ) et des particules β .

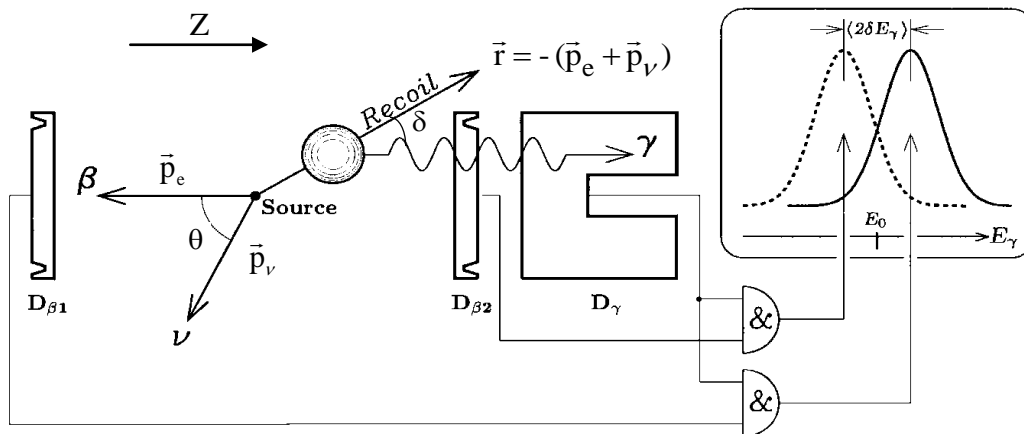


Figure II.5: Principe de mesure mettant à profit le décalage Doppler subi par les photons émis par les noyaux de recul après désintégration β (Figure issue de [Voro03]).

Pour "l'événement" dessiné sur la figure, le photon est émis dans le sens du recul, à 180° par rapport au β . Il subit un décalage en énergie que l'on peut calculer comme suit :

$$\Delta E_\gamma = E'_\gamma - E_\gamma$$

$$\text{où } E'_\gamma = E_\gamma (1 + v_s \cos(\delta)/c) \quad \text{avec } v_s = \text{vitesse de la source} = r/m_{ion}$$

$$\delta = \text{angle entre le } \gamma \text{ et le noyau de recul}$$

$$\text{Dès lors : } \Delta E_\gamma = E_\gamma \frac{r}{m_{ion}c} \cos(\delta) \quad (\text{II.4})$$

Puisqu'en pratique, le noyau de recul n'est pas détecté, le décalage Doppler observé pour une énergie fixe du β est obtenu en calculant la valeur moyenne de (II.4) sur $r \cos(\delta)$, pondérée par le taux d'événements dW :

$$\langle \Delta E_\gamma \rangle = E_\gamma \frac{\langle r \cos(\delta) \rangle}{m_{ion}c} = E_\gamma \frac{\langle r_Z \rangle}{m_{ion}c} = E_\gamma \frac{\langle r_Z dW \rangle}{\langle dW \rangle m_{ion}c}$$

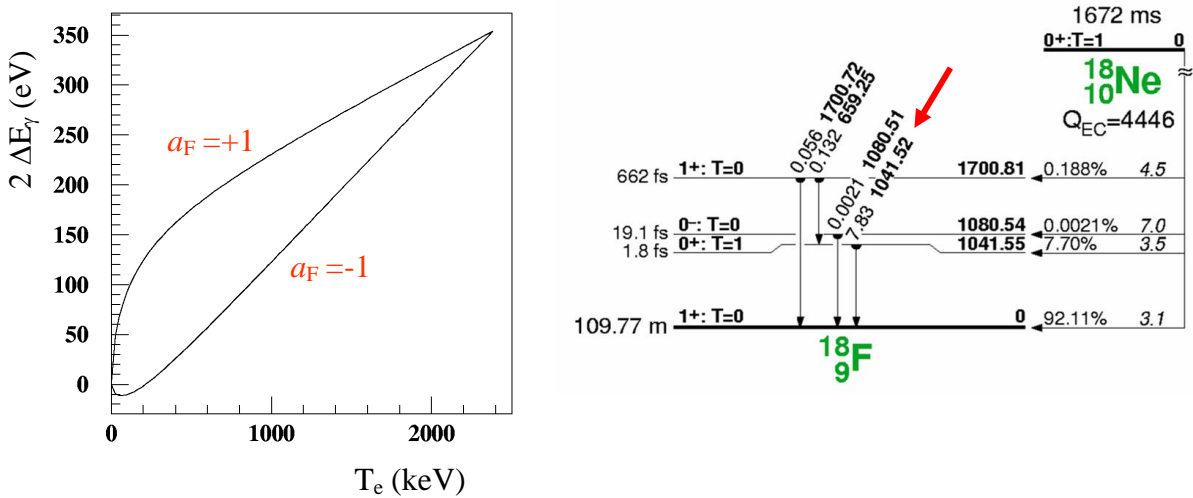
$$\text{où } r_Z = p_e + p_\nu \cos(\theta)$$

$$dW = W_0 (1 + a v_e \cos(\theta)/c) \sin(\theta) d\theta \quad (\text{voir (I.3.12) avec } b = 0)$$

$$\begin{aligned} \text{Dès lors, } \langle r_Z \rangle &= p_e + \frac{p_\nu \int_0^\pi (\cos \theta + a \frac{v_e}{c} \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi (1 + a \frac{v_e}{c} \cos \theta) \sin \theta d\theta} \\ &= p_e + p_\nu \frac{a v_e}{3c} = p_e \left(1 + \frac{a p_\nu c}{3 E_e} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

$$\rightarrow \boxed{\langle \Delta E_\gamma \rangle = E_\gamma \frac{p_e \left(1 + a \frac{E_\nu}{3 E_e} \right)}{m_{ion}c}}$$

La figure II.5 suggère l'ajout d'un second détecteur β à 0° par rapport au détecteur de photons. L'effet Doppler s'opérant cette fois dans l'autre sens, ce dispositif permet de mesurer un double décalage Doppler, augmentant ainsi sa sensibilité. En pratique, les écarts observés restent faibles ($2\Delta E_\gamma < 1$ keV) comme le montre la figure II.6 pour le ^{18}Ne , ce qui requiert l'utilisation de détecteur à haute résolution.



Une démarche semblable peut être suivie lorsque la particule secondaire émise est une particule chargée. Pour une détection à 180° par rapport au β , la particule secondaire subit une modification d'impulsion calculée comme suit :

$$p_{shift} = p + \langle r_z \rangle m_p / m_{ion}$$

où m_p = masse de la particule, p = son impulsion pour un recul nul
 $\langle r_z \rangle$ est donné par l'équation (II.5)

Dans le cadre d'une approximation non relativiste, le décalage en énergie subi par la particule est :

$$\Delta T = \frac{(p_{shift}^2 - p^2)}{2m_p} = \frac{\langle r_z \rangle}{2m_{ion}} \left(\frac{\langle r_z \rangle m_p}{m_{ion}} + 2p \right)$$

Les décalages observés peuvent être beaucoup plus élevés que dans le cas de l'émission de photons comme le montre la figure II.7 pour la décroissance de l' ^{32}Ar vers l'état non lié en proton se situant à 5024 keV au-dessus de l'état fondamental du ^{32}Cl .

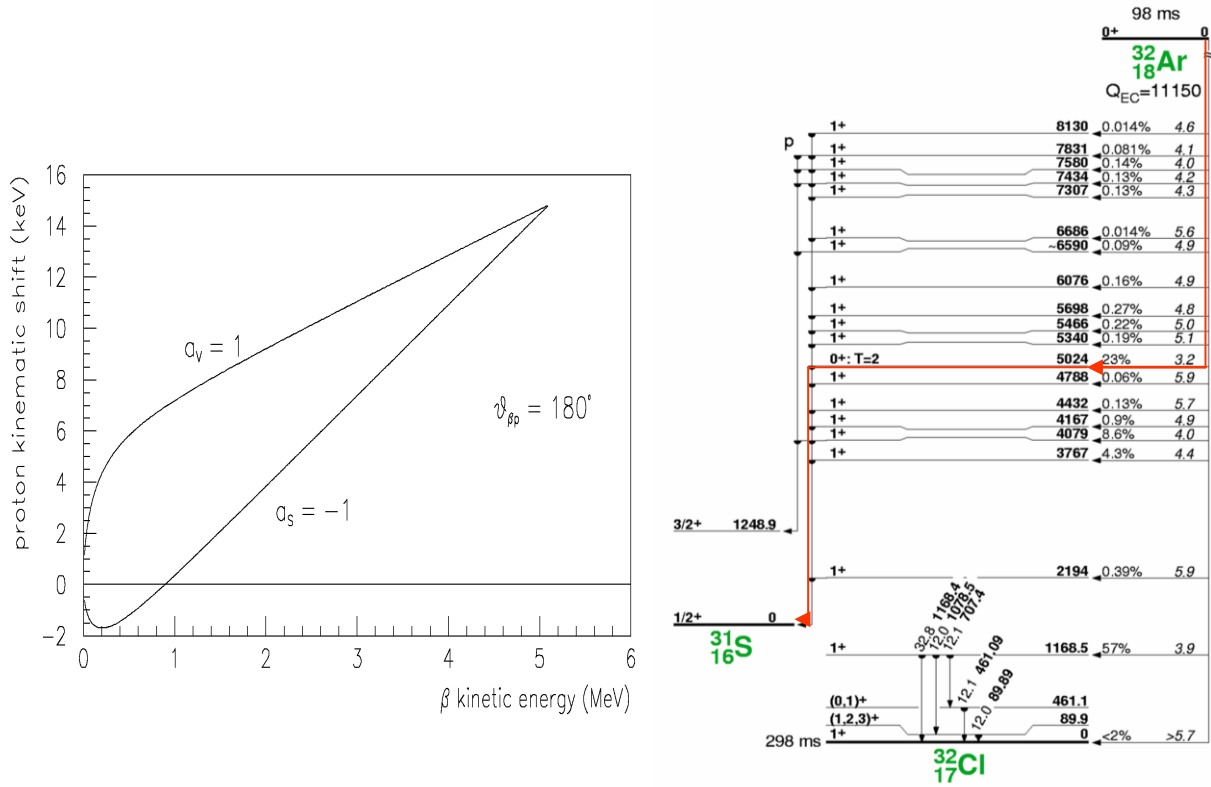


Figure II.7: Décalage en énergie cinétique calculé pour les protons émis par le ^{32}Cl se trouvant dans un état excité à 5024 keV après décroissance de l' ^{32}Ar , en fonction de l'énergie du β et pour $a = \pm 1$.

Dans un tel cas, il est possible de mesurer un élargissement global en énergie cinétique des particules secondaires émises en les détectant en "single" [Adel99]. De plus, les niveaux instables en particules ont des temps de vie très courts (^{32}Ar : $\tau \sim 33\text{as}$)ⁱ, ce qui permet d'implanter les noyaux radioactifs dans une cible solide.

ⁱ La largeur en énergie correspondante reste très faible ($\sim 20\text{ eV}$) par rapport à la résolution des détecteurs.

Il est intéressant de noter que tous les principes physiques décrits ci-dessus ont été testés au milieu du siècle passé. Le lecteur aura pu remarquer ce fait dans le jeu des références citées. Aujourd'hui, un effort important est réalisé pour tenter d'améliorer ces techniques de mesure, en travaillant d'une part sur la qualité de la source (piégeage) et d'autre part sur les performances de détection (résolution, efficacité).

II.2. Etat des lieux

L'ensemble des résultats obtenus lors d'expériences de désintégrations β nucléaires dans des transitions permises a été compilé dans deux articles de revue en 1984 [Boot84] et 2006 [Seve06]. L'analyse pertinente réalisée dans la seconde revue a permis de définir les limites globales actuelles sur les constantes de couplage exotique C_S et C_T par rapport aux constantes standards :

$$|C_S/C_V| < 0.070 \quad |C_T/C_A| < 0.090 \quad (\text{II.5})$$

La figure II.8 présente les résultats obtenus par Allen [Alle59a] pour le ^{23}Ne et l' ^{35}Ar , en comparaison avec les résultats les plus récents ayant une précision meilleure que 10%.

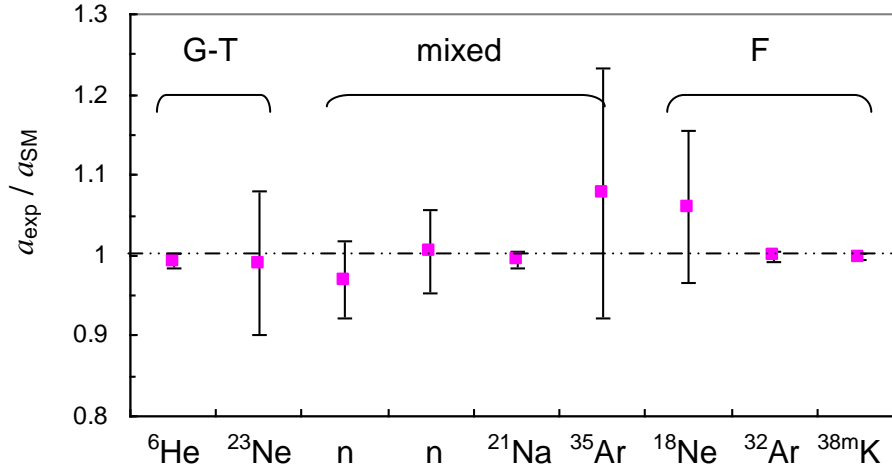


Figure II.8: Résultats des meilleures mesures du paramètre de corrélation disponibles à ce jour et comparées aux mesures anciennes de Allen et al. sur le ^{23}Ne et l' ^{35}Ar [Alle59a].

Une valeur avait été obtenue pour le ^{21}Na , à 3σ de la valeur standard ($a_{\text{SM}} = 0.553$ (2)) [Scie04], mais elle a été remesurée [Vett08] et elle est aujourd'hui compatible avec a_{SM} : $a_{\text{exp}} = 0.5502$ (60). Une des raisons invoquées à l'époque pour expliquer l'écart observé concernait la disparité des valeurs expérimentales du rapport d'embranchement vers un état excité du ^{21}Ne (voir [Acho09] pour une revue), grandeur nécessaire à la détermination du mélange F/GT de la transition étudiée (voir I.3.7.3). Nous avons mesuré ce rapport d'embranchement au KVI – Groningen [Acho09] et le résultat obtenu (5.13 (43) %), en accord avec celui de Texas A&M [Iaco06], est compatible avec la valeur qui était recommandée à l'époque de la première mesure de a . Depuis lors, il a été prouvé que du sodium moléculaire se formait dans le piège MOT lorsque la population d'atomes y était élevée [Vett08]. La mesure a été refaite avec une densité moins élevée et un système de détection plus efficace. La nouvelle valeur de a pour le ^{21}Na ne modifie pas les limites (II.5) car elles ont été établies à partir de transitions pures F (C_S) et GT (C_T).

Il est intéressant de noter que jusqu'en 1999, les valeurs les plus précises des coefficients de corrélation ont été obtenues à partir de mesures "intégrées" :

→ Pour le secteur tensoriel, la mesure la plus précise concerne l'étude de la décroissance de l' ^6He [John63]. La valeur de a_{GT} , $-0.3343(30)$, est issue de l'analyse d'un spectre en énergie du ^6Li obtenu grâce à un spectromètre de recul. Cette mesure exceptionnelle a été effectuée en 1963. La valeur a été corrigée par Glück pour tenir compte

des effets radiatifs et d'ordre supérieur [Gluc98] (voir I.4), $a_{GT} = -0.3308(30)$, mais elle n'avait plus été remesurée avant notre projet.

→ Pour le secteur scalaire, il a fallu attendre 1999 pour atteindre une précision semblable à celle de a_{GT} [Adel99]. La valeur expérimentale, $a_F = 0.9989(65)$, est tirée de l'analyse de l'élargissement cinétique du spectre en énergie des protons secondaires émis par les noyaux de recul après la décroissance de l' ^{32}Ar sur un niveau non lié du ^{32}Cl . La valeur du coefficient de corrélation dépend fortement de la masse du noyau radioactif via l'énergie maximale de l'ion de recul accessible par la valeur du Q_β . Or, à l'époque, la masse de l' ^{32}Ar n'était connue expérimentalement qu'à 50 keV près, et les auteurs ont plutôt utilisé la valeur issue de l'équation de masse isobarique (IMME). Après avoir effectué des tests concluants sur SIRa^i , nous avons proposé une expérience à GANIL visant à mesurer le décalage cinétique de l'énergie des protons en les détectant en coïncidence avec les particules β [Egor01]. Une simulation a démontré que dans ce cas, la sensibilité du paramètre de corrélation à la masse de l' ^{32}Ar était 5 fois inférieure à une mesure intégrée du décalage cinétique. Malheureusement, la planification du temps de faisceau a été faite très tard (2005)ⁱⁱ, diminuant l'intérêt de cette mesure alternative car la masse de l' ^{32}Ar avait été entre-temps remesurée précisément à ISOLTRAP [Blau03]. Bien que la valeur de celle-ci soit en accord avec l'équation IMME, il serait intéressant de réévaluer avec cette nouvelle masse le coefficient a_F de [Adel99]. Ceci est d'autant plus vrai que les protons de calibration utilisés dans cette expérience provenaient d'un état excité du ^{32}S , qui a été remesuré à ISOLTRAP en même temps que la masse, donnant un résultat en désaccord avec l'ancienne valeur [Blau03]. Le travail de correction a été en partie réalisé [Garc07], mais à ma connaissance le résultat final n'a pas encore été publié. Malheureusement ceci retire un peu de crédit à la valeur absolue de a issue de [Adel99], qui a toutefois été conservée dans l'analyse globale effectuée par Severijns *et al.* [Seve06].

Depuis cette époque, un effort considérable a été fourni pour améliorer les caractéristiques de la source radioactive, toutes les expériences actuelles basées sur la décroissance des noyaux utilisant des systèmes de confinement d'ions ou d'atomes [Gore05, Vett08, Kozl08, Flec08]. Les deux premières références relatent des mesures en coïncidence effectuées autour de pièges magnéto-optiques, qui ont permis d'atteindre des précisions du même ordre que celles des mesures intégrées. Les résultats sont repris dans le tableau II.1.

Noyau	Type de décroissance	a_{exp}	a_{SM}	référence
$^{38\text{m}}\text{K}$	F	0.9981(48)	1	[Gore05]
^{21}Na	F-GT	0.5502(60)	0.5530(20)	[Vett08]

Tableau II.1: Résultats des expériences récentes effectuées en piégeant des atomes radioactifs.

Des précisions de l'ordre de 0.1% sont aujourd'hui envisagées [Behr09].

Les projets européens se développent autour de pièges à ions. Le groupe de Leuven a pour objectif d'étudier la décroissance de l' ^{35}Ar confiné dans un piège de Penning installé à ISOLDE, au moyen d'un spectromètre de recul [Kozl08]. La transition est mélangée avec une forte composante de Fermi (voir tableau I.4). Dans ce contexte, notre projet avec l' ^6He sort un

ⁱ SIRa (Séparateur d'Ions Radioactifs) : banc de test de SPIRAL au GANIL.

ⁱⁱ A cette époque, nous avons finalement préféré un faisceau d' ^{35}Ar pour tester l'ensemble LPCTrap en vue de la future expérience avec l' ^6He .

peu du lot. Avant de passer à la description de cette expérience (partie III), un petit historique des mesures de corrélation effectuées avec ce noyau est présenté dans le chapitre suivant.

II.3. Historique des expériences réalisées avec l' ^6He

Le tableau II.2 résume les caractéristiques et les résultats de différentes mesures du paramètre de corrélation a_{GT} dans la décroissance de l' ^6He .

N°	a_{GT}	Technique	Référence
1	$\sim -1/3$	coïncidence β - recul	[Alle49]
2	+0.36(11) et +0.31(14)	coïncidence β - recul	[Rust55]
3 ⁱ	-0.39(2)	spectromètre de recul	[Herr58]
4 ⁱ	-0.39(5)	spectromètre de recul	[Alle59a],[Alle59b]
5	-0.353(+33,-55)	coïncidence β - recul	[Ridl61]
6 ⁱⁱ	-0.3343(30)	spectromètre de recul	[John63]
7	-0.319(28)	coïncidence β - recul	[Vise63]

Tableau II.2: Liste d'expériences de corrélation effectuées avec l' ^6He .

Ce tableau révèle la difficulté inhérente à ce genre de mesure : les premiers essais (N°1 et 2) étant plus exploratoires, ils sont en parfaite contradiction. L'expérience n°2 est la seule publiée avec une tendance tensorielle, mais il y est fait allusion d'une autre mesure menée par Allen allant dans le même sens ; elle est aussi citée dans [Alle59b]. Dans cette expérience n°2, le paramètre de corrélation est déduit de l'exploitation des taux de coïncidence mesurés en fonction de l'angle variable entre les ions de recul et les particules β , pour deux domaines différents en énergie de ces derniers. Un échantillon des spectres de cet article est présenté à la figure II.9, montrant l'accord des données avec un calcul purement tensoriel.

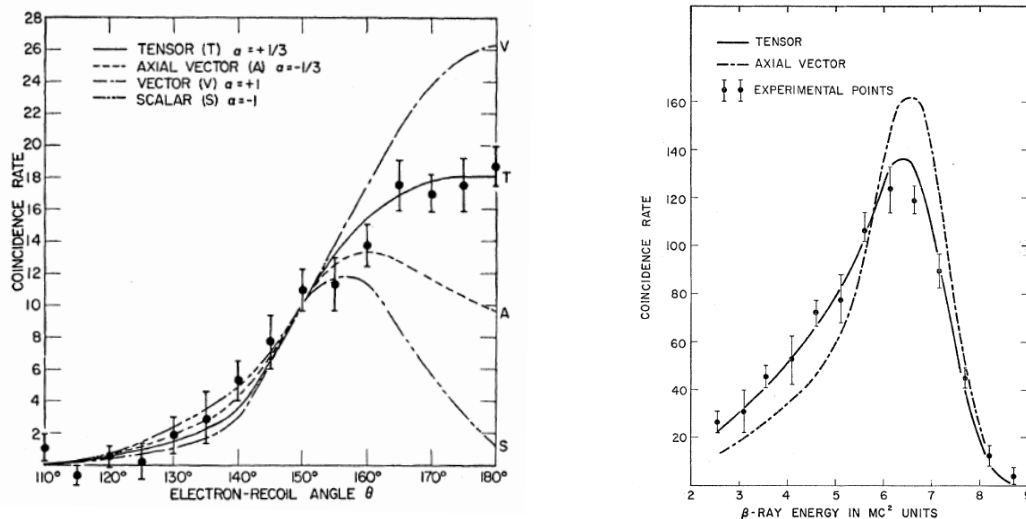


Figure II.9: Figures issues de l'article [Rust55] montrant l'accord des données avec une interprétation tensorielle.

ⁱ Les expériences 3 et 4 traitent probablement des mêmes données.

ⁱⁱ Rappel : la prise en compte des corrections radiatives par Glück a modifié la valeur à -0.3308 [Gluc98].

La contradiction a été levée par la suite en invoquant un manque de prise en compte d'effets instrumentaux dans l'analyse des données de Rustad *et al.* [Vise63], à savoir l'étendue effective de la source [Wu59] et l'efficacité du système de détection selon l'angle entre les deux détecteurs [Wu66]. Rapidement après la mise en évidence de la violation de la parité dans les désintégrations β et l'introduction d'une théorie à deux composantes du neutrino, le caractère $V-A$ de l'interaction fut postulé par Feynman et Gell-Mann [Feyn58]. Il est intéressant de noter que la dominance du couplage axial dans les transitions de GT fut corroborée par une considération globale des mesures de corrélation β - ν effectuées dans différents noyaux [Herr58, Alle59a, Alle59b]. Ce fait mérite d'être souligné, et il justifie encore pleinement aujourd'hui la mesure d'un même paramètre à partir de sources différentes : n'ayant pas les mêmes caractéristiques, elles ne donnent pas lieu aux mêmes effets systématiques et l'ensemble forme un tout cohérent qui, de surcroît, permet par une analyse globale de diminuer les contraintes sur les couplages exotiques [Boot84, Seve06].

Les papiers du tableau II.2 sont évidemment occultés par l'article de Johnson *et al.* [John63], toujours cité en référence dans les publications récentes, étant donné la précision exceptionnelle atteinte à cette époque. Ceux relatifs aux mesures en coïncidence, essentiellement [Ridl61] et [Vise63], restent une source intéressante d'informations car ils soulignent certains points particuliers inhérents à ces techniques. Le dernier papier a été publié quelques mois après celui de Johnson *et al.*. Par la suite, la communauté s'est plutôt intéressée au secteur scalaire via l'étude des transitions de Fermi qui n'avaient pas encore atteint une précision équivalente. C'est dans ce contexte que nous avons élaboré notre projet, original par rapport aux autres et ambitieux puisqu'il avait pour objectif d'améliorer la précision sur a_{GT} au niveau de 0.5%, en développant un nouveau dispositif de mesure en coïncidence autour d'une source propre d' ^6He .

III. L'expérience ${}^6\text{He}$ sur LIRAT

III.1. Introduction

Le développement d'une ligne de basse énergie au GANIL associée à SPIRAL a été initiée en 1997 au Laboratoire de Physique Corpusculaire sous l'impulsion de Ch. Lebrun et B. Tamain. Différents projets de physique étaient envisagés à l'époque et ils furent notamment présentés lors d'un atelier organisé à Bordeaux en 1998ⁱ. Finalement le seul qui ait vu le jour, essentiellement pour des raisons budgétairesⁱⁱ, est celui que j'avais présenté à l'époque concernant la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$ dans la décroissance de quelques noyaux. Ceux-ci furent choisis parce qu'ils répondaient aux exigences de base d'un confinement dans un piège à ions et à une détection en coïncidence des β et des ions de recul dont serait extrait avec précision le paramètre de corrélation angulaire. Finalement l'expérience s'est focalisée sur le noyau ${}^6\text{He}$ et le projet arrive aujourd'hui à son terme. Trois thèses [Dela02, Dari04b, Mery07a] et deux HDR [Ban03, Maug04] ont été soutenues pendant cette période et une quatrième thèse [Velt10] est en cours. Les principes théoriques du piégeage, l'expérience et le dispositif expérimental ont été décrits en détails dans ces textes:

- simulation de l'expérience et du piège de mesure [Dela02];
- mise au point et caractérisation du refroidisseur – regroupeur [Ban03, Dari04b];
- mise au point et caractérisation du piège de mesure, caractéristiques globales du dispositif et premiers résultats physiques [Mery07a].

Les performances du dispositif ont été publiées régulièrement [Ban04, Dari04a, Ban05, Lien05, Rodr06, Rodr07, Duva08]. Il en est de même pour les premiers résultats [Lien06b, Flec07, Mery07b, Flec08]. Dès lors, il m'a semblé qu'il n'était pas utile d'effectuer à nouveau ici une description très détaillée de l'expérience. Elle sera donc brève, illustrée partiellement en annexe par les comptes-rendus de conférence que j'ai écrits et les articles pour lesquels ma contribution a été la plus importante. L'ensemble permet d'apprécier l'évolution du projet au cours du temps.

ⁱ 'A low energy facility for SPIRAL', 13-03-1998, Bordeaux

ⁱⁱ Le budget initialement prévu pour une salle complète de basse énergie fut réduit à la construction d'une seule ligne raccourcie (LIRAT : Ligne d'Ions RAdioactifs de Très basse énergie).

III.2. Le faisceau radioactif

III.2.1. Choix du noyau

Les critères de choix du noyau sont décrits dans le compte-rendu de l'exposé que j'avais présenté à l'atelier de Bordeaux en 1998 [Lien98] et repris en annexe 1.

Le premier critère est lié à la préparation de la source. L'utilisation d'un piège et la préparation sous-jacente du faisceau imposent une limite inférieure au temps de vie du noyau qui, d'autre part, ne peut pas être trop grand pour assurer une statistique suffisante en un temps de faisceau raisonnable (ordre de grandeur : une semaine). Une valeur de l'ordre de la seconde pour ce temps de vie a été retenue à l'époque.

Le second critère est lié à la technique de mesure. Pour conserver toute sa précision, l'extraction du paramètre de corrélation angulaire des données issues de la détection en coïncidence des particules β et des ions de recul réclame une transition vers le niveau fondamental du noyau fils. Ceci assure que les caractéristiques cinématiques de l'ion de recul ne seront pas perturbées par l'émission d'une particule secondaire.

Enfin, le dernier critère concernait les faisceaux réellement disponibles à SPIRAL. A cette époque, seule une liste prévisionnelle existait [Guer94] et le choix s'est très vite restreint à deux noyaux potentiellement intéressants: l' ^6He pour le secteur tensoriel et l' $^{26\text{m}}\text{Al}$ pour le secteur scalaire. Dans le second cas, la difficulté de séparer l'état isomérique de l'état fondamental ($M/\Delta M \sim 10^5$) avait suggéré un autre candidat, le ^{34}Cl , non disponible dans la liste prévisionnelle, mais pas trop exotique et donc en principe accessible (?). Les schémas de décroissance de ces noyaux sont repris à la figure III.1 et leurs caractéristiques principales dans le tableau III.1.

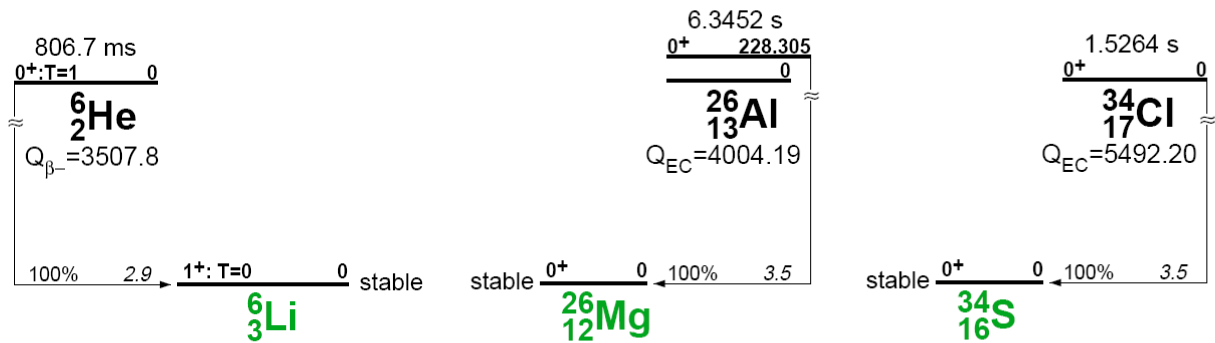


Figure III.1 : Schémas de décroissance de l' ^6He , l' $^{26\text{m}}\text{Al}$ et le ^{34}Cl .

Noyau	$T_{1/2}$ (s)	Trans.	Q_β (MeV)	$T_{R\text{max}}$ (keV)	I_{SPIRAL} (pps)
^6He	0.807	GT	3.508	1.41	$2 \cdot 10^8$
$^{26\text{m}}\text{Al}$	6.36	F	4.004	0.25	?
^{34}Cl	1.526	F	5.492	0.39	/

Tableau III.1 : Caractéristiques principales des décroissances des noyaux ^6He , $^{26\text{m}}\text{Al}$ et ^{34}Cl .

Par la suite, des mesures effectuées au CERN [Adel99] et plus tard à TRIUMF [Gore05] ont sensiblement amélioré la précision dans le secteur scalaire (voir II.2). Notre projet s'est concentré sur le noyau ${}^6\text{He}$, seule transition GT pure répondant aux critères initialement définis [Ban99].

III.2.2. Les caractéristiques du faisceau ${}^6\text{He}$ à LIRAT

SPIRAL à GANIL est une installation de production de faisceaux radioactifs utilisant la méthode ISOL (Isotopic Separation On Line). Les noyaux d' ${}^6\text{He}$ sont issus de la fragmentation d'un faisceau primaire de ${}^{13}\text{C}$ accéléré à une énergie de 75MeV/A par les cyclotrons CSS1 et CSS2 de GANIL, dans une cible épaisse de carbone graphite. La géométrie de la cible de production a été étudiée pour d'une part soutenir toute la puissance du faisceau primaire (3kW, $I({}^{13}\text{C}) \sim 3\mu\text{A}$) et, d'autre part, faciliter la diffusion à l'extérieur des gaz radioactifs produits (voir figure III.2).

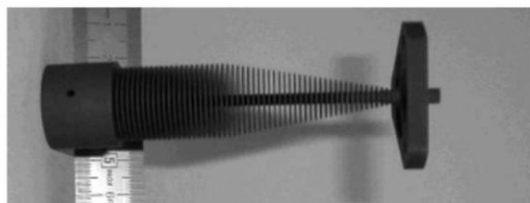


Figure III.2 : Cible de production de SPIRAL en carbone graphite.

Les gaz issus de la cible diffusent vers une source d'ionisation de type ECR. Ces sources présentent une grande efficacité ($\sim 30\%$), mais elles ne sont pas sélectives. Les ions ${}^6\text{He}$ extraits de la source dans l'état de charge 1+ sont donc accompagnés par un nombre gigantesque d'ions ${}^{12}\text{C}$, constituant principal de la cible, dans un état de charge 2+. La séparation des deux faisceaux nécessite une résolution de $M/\Delta M = 320$, supérieure à celle de la ligne de guidage du faisceau vers LIRAT (voir figure III.3), $M/\Delta M = 250$ (dipôle ICD1).

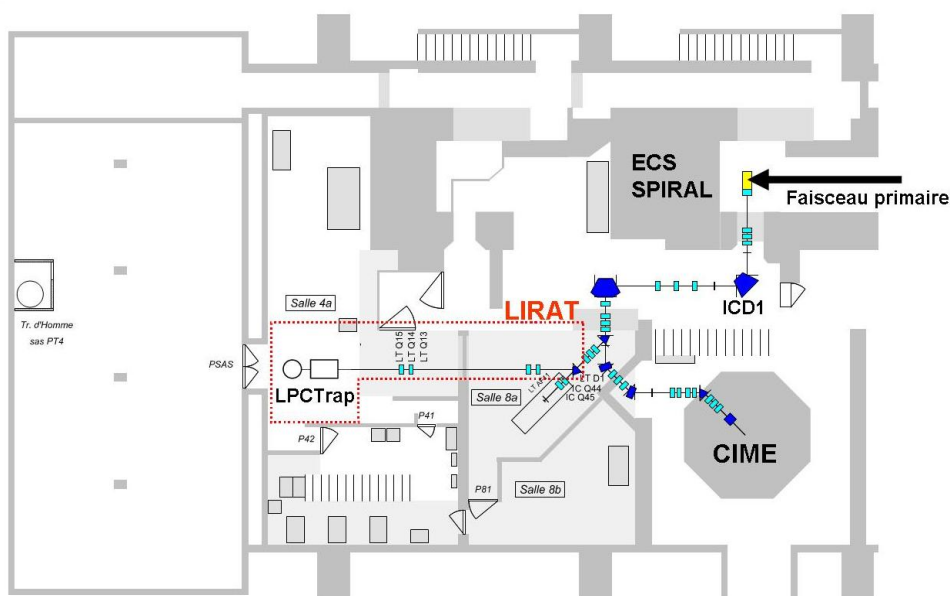


Figure III.3 : Ligne de guidage des faisceaux radioactifs de basse énergie dans l'installation SPIRAL.

Typiquement, les intensités de faisceaux obtenues à l'entrée du dispositif LPCTrap sont de 10nA de $^{12}\text{C}^{2+}$ pour 30pA de $^6\text{He}^{1+}$ ($\sim 2 \cdot 10^8$ pps). Cette grande quantité de carbone peut poser un problème de charge d'espace dans le dispositif de préparation du faisceau pour le piégeage. Un réglage correct de la ligne de guidage permet de séparer les centroïdes des deux faisceaux dans le tube et la fermeture d'une fente située derrière le premier dipôle ICD1 peut diminuer l'intensité de carbone à 0.1% de sa valeur initiale tout en limitant la perte d' ^6He à un facteur deux. Pratiquement il s'est avéré que le ^{12}C avait des effets limités dans le dispositif LPCTrap, et la fente est réglée de façon à minimiser les pertes d' ^6He ($\sim 30\%$), ce qui permet de réduire la quantité du contaminant d'un facteur vingt environ.

Les ions $^6\text{He}^{1+}$ sont extraits de la source avec une énergie d'environ 10keV. Cette valeur est adaptée au réglage optimal du dispositif LPCTrap (voir III.3.2). Les fentes de sortie de la source sont complètement ouvertes, ce qui confère au faisceau une émittance de l'ordre de $100 \pi \text{ mm mrad}$, caractéristique de la ligne de basse énergie LIRAT.

Le réglage de la ligne s'effectue en deux temps :

- 1) Le réglage des optiques est effectué avec le $^{12}\text{C}^{2+}$ (la tension de la source est à 10kV) pour optimiser la transmission de la ligne. Les courants sont enregistrés sur des cages de Faraday situées aux deux extrémités de la ligne (après ICD1 et à l'entrée de LPCTrap). La transmission optimale obtenue est de 90%.
- 2) La tension de la source est modifiée à $\sim 9965\text{V}$ de façon à centrer le faisceau d' $^6\text{He}^{1+}$ dans la ligne. La différence de tension correspond à la différence relative en M/q des deux faisceaux. L'intensité du faisceau radioactif est mesurée par une diode silicium escamotable et située à l'entrée du dispositif LPCTrap. Les ions radioactifs de très basse énergie sont arrêtés dans la zone morte du détecteur et les β émis sont détectés avec un angle solide d'environ $2\pi \text{ Sr}$. Un spectre en énergie obtenu est présenté à la figure III.4. Pendant ces mesures un réducteur calibré est inséré dans le faisceau pour limiter le taux de comptage et ne pas détruire la diode.

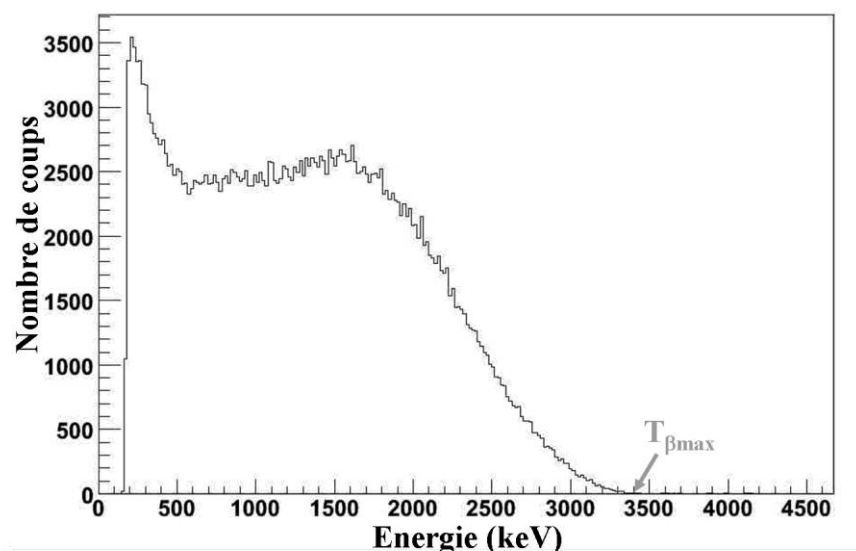


Figure III.4 : Spectre en énergie des β émis par les ions $^6\text{He}^{1+}$ implantés dans la zone morte de la diode Si placée à l'entrée de LPCTrap.

III.3. Le dispositif LPCTrap

III.3.1. Principe

La figure III.5 présente l'ensemble du dispositif.

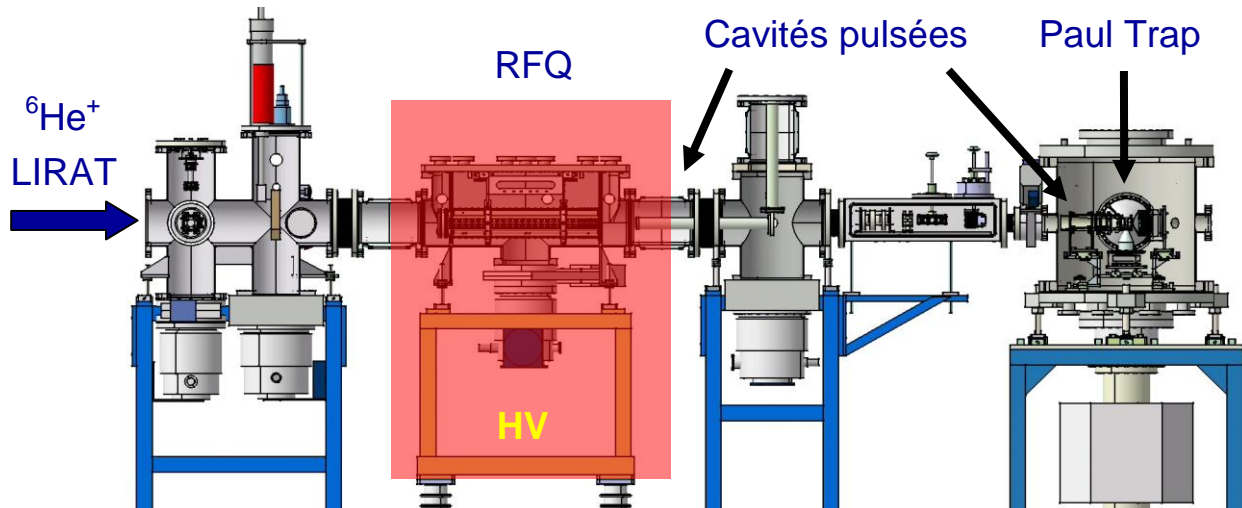


Figure III.5 : Vue d'ensemble du dispositif LPCTrap.

Le confinement des ions ${}^6\text{He}^{1+}$ fournis par LIRAT dans un piège nécessite l'utilisation d'un système de manipulation des ions qui va permettre d'une part de refroidir le faisceau ("cooler" : refroidisseur) et d'autre part de le mettre en paquet ("buncher" : regroupeur) pour une injection optimale dans le piège de mesure. Un quadripôle radiofréquence (RFQ) a été mis au point dans cette optique [Ban04, Dari04a, Dari04b]. Le refroidissement est assuré par la collision des ions sur un gaz tampon. Pour que le processus soit efficace, il est nécessaire que les ions évoluent dans le système avec une énergie de quelques dizaines d'électronvolts. C'est pour cela que le RFQ est monté sur une plateforme haute-tension.

Un système de lentilles à l'entrée du dispositif permet d'optimiser l'injection du faisceau dans le RFQ. La décélération brutale rendant le faisceau très divergent, la tension radiofréquence appliquée sur les barreaux formant le quadripôle permet de reconfiner les ions radialement. De plus, les barreaux sont segmentés, ce qui permet de créer un champ longitudinal pour guider les ions jusqu'à l'extrémité du dispositif où ils sont piégés dans un puits de potentiel électrostatique pour former des paquets. Le principe technique du système est présenté à la figure III.6.

Le temps pendant lequel les ions sont confinés dans le regroupeur définit le cycle total de la mesure. La remise à zéro de ce cycle coïncide avec l'extraction des ions du regroupeur vers le piège de mesure. Pour éviter de placer l'ensemble de détection à la haute tension, la référence des potentiels de la suite du dispositif est liée à la terre. Deux électrodes de forme cylindrique (cavités pulsées) dont le potentiel est commuté rapidement (temps de commutation $< 200\text{ns}$) lorsque les ions sont situés à l'intérieur sont utilisées pour d'une part assurer le retour à ce potentiel de référence et d'autre part contrôler l'énergie cinétique des ions. Pour extraire ceux-ci du RFQ, la première cavité (PD1) est d'abord placée à un potentiel correspondant à celui de la plateforme haute-tension moins environ 1kV, de manière à fournir aux ions une énergie cinétique correspondant à cette différence de potentiel. Lorsque les ions

se trouvent à l'intérieur de PD1, son potentiel est rapidement commuté à la masse. Il en résulte qu'à la sortie de cette électrode, ils ont une énergie cinétique de 1keV et une énergie potentielle nulle. Les ions sont ensuite guidés vers la seconde cavité se trouvant dans la chambre du piège de mesure (PD2) qui fonctionne sur le même principe, diminuant cette fois leur énergie cinétique à environ 120eV. Cette énergie est adaptée au système d'injection des ions dans le piège de Paul dédié à la mesure.

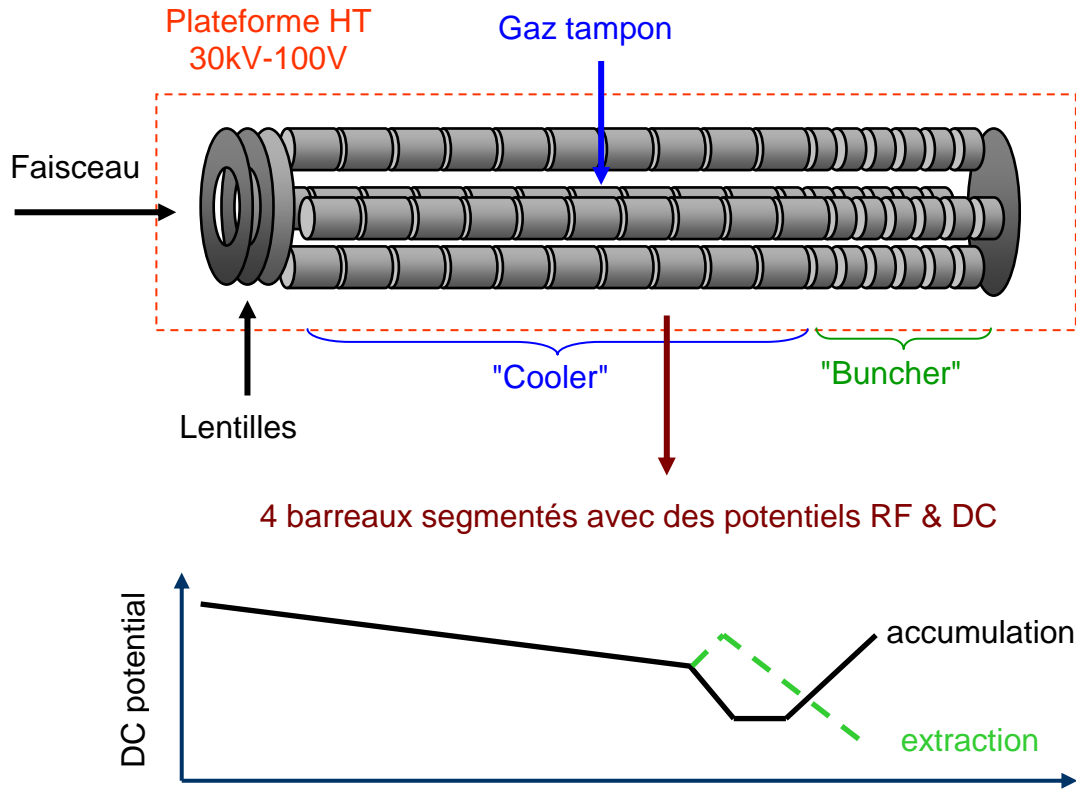


Figure III.6 : Principe technique du RFQ.

Le piège de mesure a une géométrie en forme d'anneaux (voir figure III.7), c'est-à-dire complètement ouverte pour une détection optimale des produits de décroissance [Dela02, Mery07a, Rodr06].

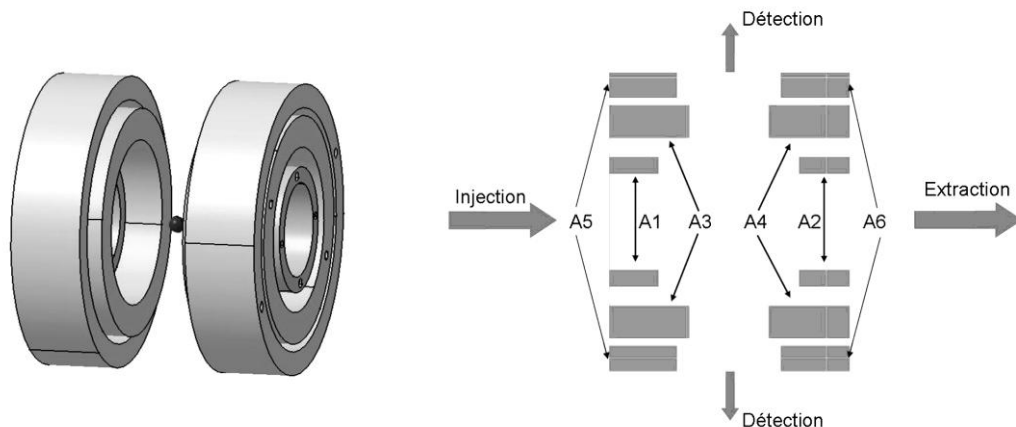


Figure III.7 : Piège de Paul à anneaux (A1 \rightarrow A6).

Après passage dans l'électrode PD2, les ions sont arrêtés au centre du piège en appliquant des tensions de décélération sur les anneaux 3 et 4 du piège. Ces tensions sont ensuite commutées à zéro et la tension RF de piégeage est appliquée sur les anneaux 1 et 2. Les anneaux 5 et 6 étaient initialement prévus pour dévier les ions perdus pendant la phase d'injection de l'axe des détecteurs de mesure. En pratique, ils servent surtout à appliquer des tensions continues de correction pour optimiser le piégeage et augmenter le temps de vie des ions. A la fin du cycle, ceux-ci sont extraits du piège par l'application d'une tension positive sur l'anneau 3, et un échantillon est recueilli sur un détecteur à localisation constitué de galettes de micro-canaux [Lien05] qui permet de qualifier en ligne les caractéristiques du nuage piégé. Le paquet d'ions suivant est immédiatement piégé et on peut donc considérer en première approximation qu'il y a en permanence des ions dans le piège de mesure. Il est important de noter qu'un gaz tampon injecté à basse pression dans le piège permet de refroidir les ions pendant leur confinement.

III.3.2. Optimisation et performance

Par rapport aux dispositifs existants, l'originalité du système réside dans le fait qu'il peut refroidir un faisceau d'ions légers. Cela représentait en fait un défi technique. Le principe de refroidissement est efficace lorsque la masse du gaz tampon est inférieure à la masse des ions, pour des raisons simples de cinématique. Dans le cas d'un faisceau d' ${}^6\text{He}$, l'échange de charge avec un gaz d' ${}^4\text{He}$ étant rédhibitoire, seul l'hydrogène moléculaire (H_2) pouvait assurer ce rôle.

Les premières simulations du processus ont été présentées à la conférence NPBL (Lipari, 2001), dont le compte-rendu [Lien02] est repris en annexe 2. L'efficacité de transmission prévue est de 10%, ce qui a bien été mesuré par la suite, et la figure III.8 montre clairement la réduction d'émittance du faisceau obtenue par simulation.

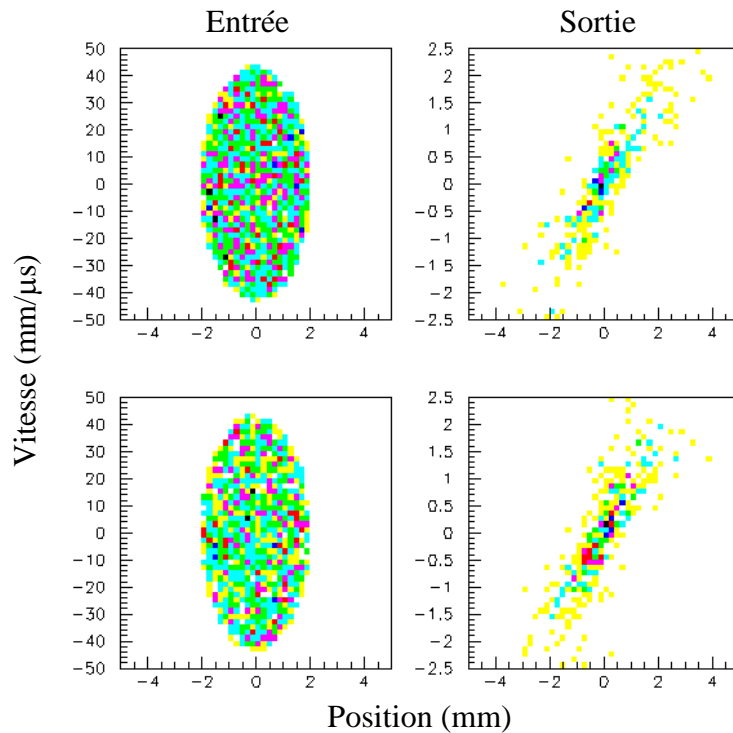


Figure III.8 : Résultats de la simulation du processus de refroidissement de l' ${}^6\text{He}^{1+}$ par un gaz d' H_2 . A gauche : espace de phase transverse du faisceau à l'entrée du RFQ; à droite : mêmes figures à la sortie du RFQ.

Le refroidisseur – regroupeur a été qualifié pour divers ions stables [Ban04, Dari04a] et l'ensemble du dispositif a été installé à LIRAT au cours de l'année 2004. De cette époque à la fin 2008, trois campagnes de mesure en ${}^6\text{He}$ ont été réalisées, entrecoupées de périodes d'optimisation et de "durcissement" du système à l'aide de faisceaux stables [Rodr06, EM06, Duva08]. Ces périodes ont mis en évidence les points cruciaux suivants :

- Des instabilités du système peuvent être liées à la charge des éléments isolants du dispositif qui modifie de manière imprévisible les champs vus par les ions. Il est absolument nécessaire de limiter ces effets. A l'entrée du RFQ, par exemple, ces phénomènes ont disparu en allongeant le tube d'injection des ions (voir figure III.9).

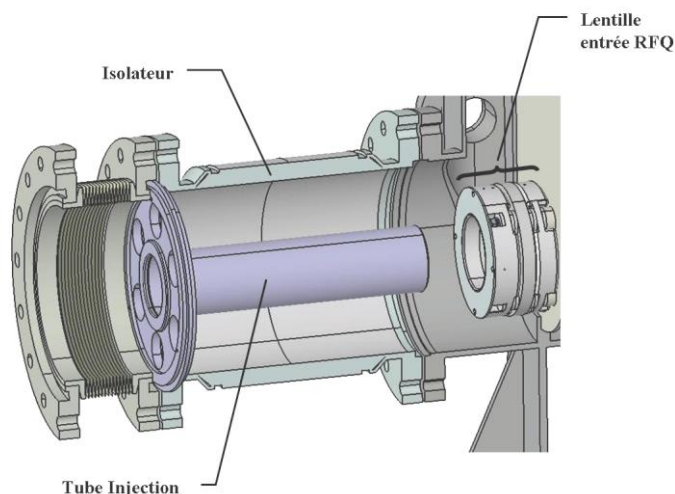


Figure III.9 : Injection dans le RFQ, un tube permet de couvrir la surface de l'isolant en céramique.

- L'absence de gaz contaminant dans le RFQ est un élément crucial pour le bon fonctionnement du refroidisseur. Ainsi avant toute utilisation, la pression doit être de l'ordre de $10^{-7} - 10^{-8}$ hPa et le gaz tampon injecté doit être d'une grande pureté. Dans notre cas, le gaz H_2 est de pureté 6.0 (99.9999% vol.) et un purificateur permet d'éliminer tout polluant présent dans le système d'injection. Si ces conditions ne sont pas respectées, les ions d'intérêt sont rapidement perdus par échange de charge et le système devient complètement inefficace.
- Les électroniques des électrodes de mise à la masse (PD1 et PD2) doivent commuter des hautes tensions en un temps très court ($< 200\text{ns}$). On utilise des sondes pour vérifier leur fonctionnement. Toutefois, ces sondes peuvent modifier les caractéristiques temporelles des commutateurs et il est crucial de les débrancher lors du réglage de la ligne pour ne pas perturber leur fonctionnement.

En pratique, le réglage fin du dispositif LPCTrap est effectué en utilisant un faisceau de ${}^6\text{Li}^{1+}$ produit par une source à ionisation de surface [Phrasor] montée à la place du tube de connexion de l'ensemble à LIRAT. L'utilisation intensive de cette source a permis de fiabiliser le système. La masse des ions étant identique à celle des ${}^6\text{He}^{1+}$, elle permet un pré-réglage optimal de la ligne avant l'utilisation du faisceau radioactif. C'est pour cette raison et parce qu'elle fonctionne correctement jusqu'à des énergies de l'ordre de 10keV que le faisceau radioactif d' ${}^6\text{He}^{1+}$ est extrait à cette énergie de la source ECR de SPIRAL.

En principe, seulement deux paramètres doivent être ajustés pour le passage du faisceau stable au faisceau radioactif :

- Les tensions sur les lentilles d'injection dans le RFQ (voir figure III.9) doivent être adaptées à la forme du faisceau. Ce réglage est crucial pour optimiser l'efficacité totale du système. La ligne de transfert ECR – LIRAT a été fiabilisée pour assurer des conditions géométriques de faisceau reproductibles pendant une campagne de mesure [EM06].
- La haute tension appliquée sur la plateforme du RFQ doit être modifiée selon l'énergie réelle du faisceau, car il n'est pas possible de régler à l'électronvolt près les énergies des deux faisceaux. La haute tension de la première cavité pulsée doit être modifiée en conséquence de manière à conserver la même énergie cinétique pour les ions.

Des éléments de diagnostic sont présents sur la ligne pour optimiser les réglages. En faisceau stable, l'intensité du faisceau incident est mesurée par une cage de Faraday située avant l'injection dans le RFQ. Une deuxième cage est située dans la ligne de transfert entre les deux cavités pulsées. Enfin le détecteur d'extraction situé en bout de ligne (voir figure III.11) permet d'effectuer les tâches suivantes :

- Identifier en temps et compter les ions après l'action des électrodes PD1, PD2 et le confinement dans le piège de mesure.
- Mesurer l'énergie moyenne des ions et leur dispersion après l'action de PD1 et PD2. Cette mesure est effectuée en variant le potentiel appliqué sur une grille de transmission placée juste devant le détecteur. Les ions sont comptés en fonction de la valeur du potentiel, ce qui permet de reconstruire le profil en énergie du faisceau en dérivant la distribution mesurée. L'exemple d'une telle mesure après commutation par PD1 est présenté à la figure III.10.

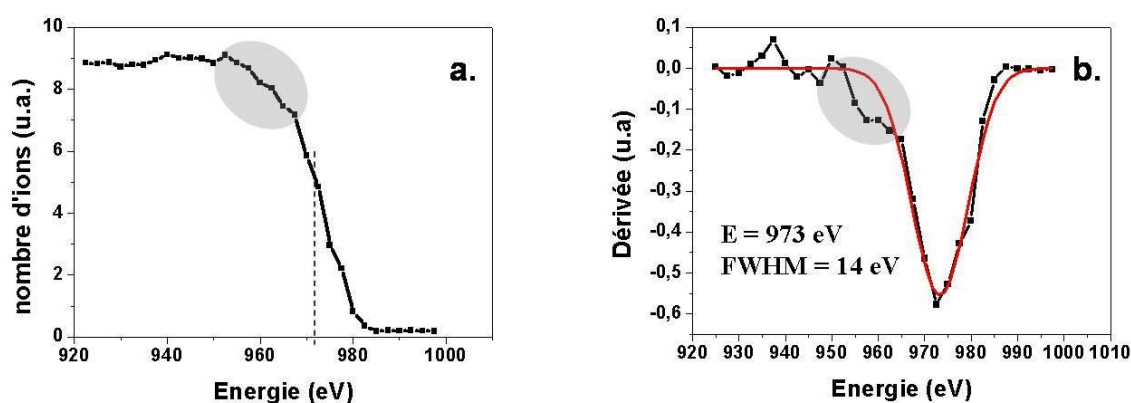


Figure III.10 : a) Mesure du potentiel d'arrêt des ions après PD1. b) Distribution en énergie des ions obtenue par dérivation de la distribution mesurée an a). En gris apparaît une traîne à basse énergie due aux collisions sur le gaz H_2 .

Typiquement la largeur à mi-hauteur de la distribution en énergie des ions est comprise entre 5eV et 20eV. Elle dépend du nombre d'ions présents (largeur du nuage dans le regroupeur, charge d'espace), du temps passé dans le regroupeur (collision sur le gaz tampon) et de la configuration de la rampe d'extraction.

- Mesurer les caractéristiques du nuage d'ions piégés : distributions temporelle et spatiale en fonction de la configuration d'extraction. L'ordre de grandeur du

volume occupé par les ions piégés est de 1mm^3 et leur température est de l'ordre de 1300K (voir III.5.2.4).

Les efficacités optimales de transmission dépendent du cycle τ . Les valeurs obtenues avec le ${}^6\text{Li}^{1+}$ sont reprises dans le tableau III.2 pour $\tau = 20\text{ms}$ et 100ms .

Elément	$\tau = 20\text{ms}$	$\tau = 100\text{ms}$
RFQ + PD1	0.15	0.04
Ligne de transfert + PD2	0.30	0.30
Piège de Paul	0.20	0.16
Total	0.009	0.0019

Tableau III.2 : Efficacités optimales obtenues pour les 3 secteurs de dispositif LPCTrap avec un faisceau de ${}^6\text{Li}^{1+}$ et pour deux cycles de mesure.

Le choix de la valeur du cycle de mesure s'effectue en prenant en compte différents facteurs. Tout d'abord, les nuages d'ions dans le regroupeur et le piège de mesure subissent des pertes au cours du temps, essentiellement dues aux collisions avec le gaz et à la charge d'espace. On peut associer à ces processus une probabilité d'interaction par unité de temps qui correspond en fait à l'inverse d'un temps de vie. En ${}^6\text{Li}^{1+}$, les temps de vie mesurés sont typiquement de l'ordre de 75ms dans le RFQ et 500ms dans le piège de mesure [Mery07a]. La valeur obtenue dans le RFQ dépend en réalité de l'intensité du faisceau incident et globalement de la "charge" mise dans le dispositif. Un effet de saturation du RFQ est mis en évidence quand on atteint $\sim 5 \cdot 10^6$ ions dans le regroupeur. Les valeurs des temps de vie dans le RFQ obtenues en ${}^6\text{He}^{1+}$ sont de l'ordre de 35ms [Mery07a]. Elles sont inférieures à celles obtenues avec le faisceau stable en raison notamment de l'échange de charge important entre les ions ${}^6\text{He}^{1+}$ et le gaz tampon.

Tant que la saturation n'est pas atteinte dans le regroupeur, des cycles plus longs sont préférables car ils augmentent le nombre d'ions présents en moyenne dans le piège. Ceci est d'autant plus vrai qu'un facteur supplémentaire doit être pris en compte : le temps de refroidissement des ions dans le piège de mesure. Une injection d' H_2 à basse pressionⁱ est opérée dans la chambre du piège et il faut environ 50ms pour que les ions piégés soient thermalisés [Duva08]. Même si les données acquises pendant cette période sont exploitables, il est raisonnable de penser que l'analyse sera plus aisée lorsque le nuage sera dans un état stable et thermalisé.

En pratique, un cycle de 100ms a été choisi lors de la première campagne de mesure avec le faisceau radioactif d' ${}^6\text{He}^{1+}$ en 2006. Le dispositif présentant des performances supérieures lors de la seconde campagne en 2008, le cycle a été augmenté à $\sim 200\text{ms}$ avec environ un quart du temps sans piégeage pour mesurer le bruit de fond en ligne (voir III.5.3).

Globalement, l'efficacité totale du système en faisceau radioactif est inférieure d'un facteur 4 à 5 de la valeur optimale obtenue avec le faisceau de ${}^6\text{Li}^{1+}$ [Velt08]. Deux raisons principales expliquent cette différence :

- les géométries de faisceau à l'entrée sont complètement différentes et les pertes à l'injection doivent être plus importantes avec le faisceau radioactif dont l'émittance est un à deux ordres de grandeur plus élevée;

ⁱ L'injection d' H_2 fait passer la pression de la chambre de $5 \cdot 10^{-8}$ hPa à $5 \cdot 10^{-6}$ hPa. La pression doit être conservée à des valeurs basses pour les galettes de μ -canaux.

- le temps de vie des ions ${}^6\text{He}^{1+}$ est réduit dans le regroupeur en raison essentiellement de l'échange de charge entre les ions et le gaz tampon; la charge du RFQ avec le faisceau contaminant de ${}^{12}\text{C}^{2+}$ qui provoque par le même principe une contamination (H_3^+ , N^+ , O^+ , ...) dans le regroupeur doit aussi contribuer à cet effet.

Ainsi lors de la dernière campagne de mesure en 2008, il y avait en moyenne à chaque cycle 8000 ions radioactifs confinés dans le piège de mesure.

III.4. Le système de détection

Dans ce projet, le principe de la mesure du paramètre de corrélation angulaire est basé sur la détection en coïncidence des particules β et des ions de recul issus de la désintégration des noyaux radioactifs (voir II.1.1). Les considérations statistiques (figures II.2 et II.3), en accord avec les considérations d'hélicité (figure I.2), ont suggéré de placer les deux détecteurs en vis-à-vis. La configuration du système est schématisée à la figure III.11.

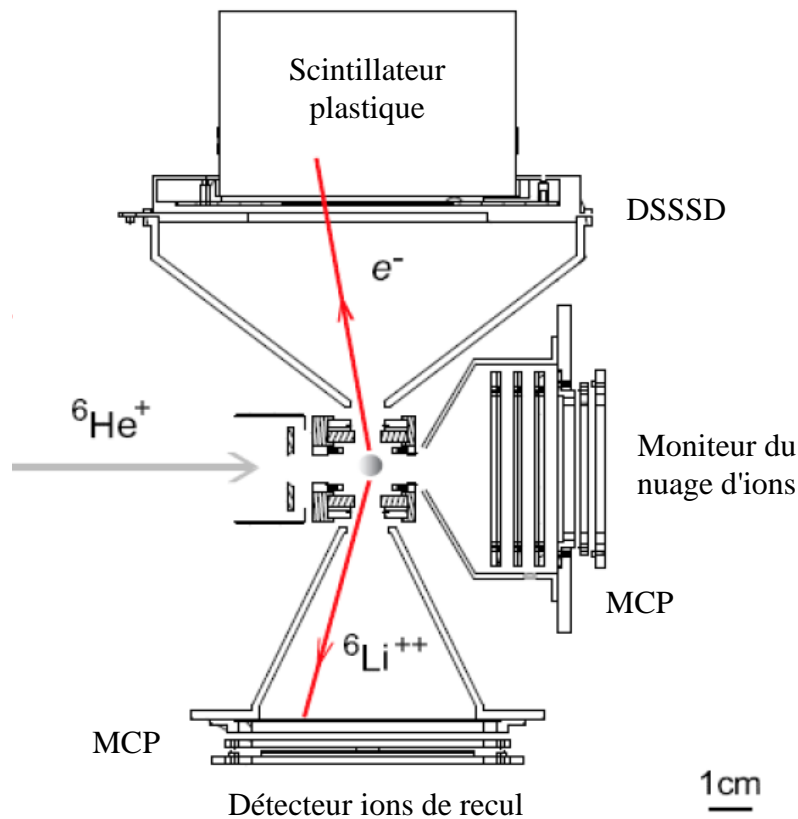


Figure III.11 : Système de détection des coïncidences autour du piège de Paul.

Le détecteur des β , placé à 10cm du centre du piège est un télescope à deux étages. Le premier étage est une diode silicium à pistes de $300\mu\text{m}$ d'épaisseur fonctionnant en ΔE (DSSSD). Elle est constituée de 60 pistes horizontales et 60 pistes verticales de 1 mm de large. Le traitement analogique du signal est réalisé au plus près du détecteur grâce à des cartes électroniques embarquées (puce VA-Rich). Les 60 signaux d'une face du détecteur sont multiplexés par une carte et envoyés vers un convertisseur en standard VME (CAEN V550) couplé à un séquenceur (CAEN V551). Le détecteur ΔE est suivi par un scintillateur plastique de type BC400. Il s'agit d'un cylindre de diamètre 110mm et d'épaisseur 70mm. Un guide de lumière couple le plastique à un tube photomultiplicateur (PM). Ce second détecteur arrête les β et permet donc d'obtenir l'énergie totale de ces particules. Le signal rapide donné par le PM ($\sigma_t \sim 200\text{ps}$) fournit le "trigger" de l'acquisition des données. La constitution du télescope β est incompatible avec la qualité du vide qu'il faut conserver dans la chambre du piège. Le détecteur est donc placé dans une chambre secondaire séparée de l'enceinte principale par une fine feuille de mylar aluminisé ($1.5\mu\text{m}$). Un vide primaire est assuré dans cette seconde chambre.

A 10 cm de l'autre côté du piège, les ions de recul de très faible énergie sont détectés par un dispositif à localisation constitué de deux galettes de micro-canaux montées en chevron et suivies par deux lignes à retard croisées fournissant la position de la particule [Roentdek]. Les galettes ont un diamètre de 80mm (DLD80). L'étude détaillée de ce détecteur a donné lieu à une publication [Lien05] fournie en annexe 3. La face avant du détecteur est polarisée à -4kV et une grille (90% de transmission) à la masse placée 4mm en avant permet de créer une zone de post-accélération de façon à rendre l'efficacité de détection indépendante de l'énergie initiale des ions. Cette efficacité vaut 52.3(0.3)%. Le signal rapide des galettes ($\sigma_t \sim 200$ ps) fournit le temps de vol de l'ion par rapport au signal du PM du plastique scintillateur. Il donne aussi un temps de référence pour les signaux des lignes à retard. La position d'une particule est obtenue en calculant la différence de temps entre les signaux délivrés par les deux extrémités d'une ligne à retard. La résolution est de 110(26) μ m.

L'efficacité totale de l'ensemble de détection est de 0.28%, en tenant compte de l'anisotropie de la distribution des événements dans la décroissance β de l' ^6He . Enfin, il est important de noter que des collimateurs coniques placés devant les détecteurs (figure III.11) permettent de réduire le bruit de fond en limitant le volume de la source globale vue par les détecteurs.

L'ensemble des signaux disponibles, hormis ceux relatifs à la diode Si, sont convertis par des modules VXI (XDC_3214) développés par le GANIL [GANAC] :

- Deux QDC sont utilisés pour les charges du plastique scintillateur et les galettes de micro-canaux.
- Un TDCⁱ fournit le temps de vol de l'ion de recul par rapport au β (start : scintillateur, stop : galettes).
- Un TDC permet de reconstruire la position de l'ion de recul (start : galettes, stops : 4 signaux des lignes à retard).

En plus de ces signaux, les états du cycle de mesure et de la phase de la RF du piège sont enregistrés au moment de la décroissance :

- A chaque début de cycle, une rampe 0-10V est initialisée et la valeur est convertie dans un ADC VXI à chaque détection d'un β .
- La valeur de la phase RF est obtenue par une différence de temps entre un signal logique en phase avec la tension RF ($Logic_{RF}$) et l'instant de détection d'un β . Cette information est convertie par un TDC VXI (start : $Logic_{RF}$, stop : plastique scintillateur).

Ce système d'acquisition permet un fonctionnement asynchrone des codeurs VXI. Le "trigger" général de l'acquisition est envoyé dans un module (GMT = Grand Master Trigger) qui génère l'événement et ouvre une porte de validation de 8 μ s, qui correspond au temps maximal autorisé pour la détection d'un ion de recul. Le GMT déclenche immédiatement la procédure de séquençage pour la conversion des signaux de la diode ΔE qui est relativement longue (4 μ s/paramètre \rightarrow 240 μ s au total). Un signal physique est converti par un codeur VXI et appartient donc à l'événement si le point de validation généré par le codeur à l'arrivée de ce signal se trouve dans la porte de validation du GMT. Le temps mort total de l'acquisition lié au traitement d'un événement est d'environ 250 μ s. L'effet moyen du temps mort sur les données peut être récupéré à partir des valeurs des échelles de comptage sauvegardées toutes les deux minutes.

Le système de détection et l'étalonnage des données de la première expérience en ^6He (2006) sont décrits en détails dans la thèse d'A. Méry [Mery07a]. Ce travail a révélé que la réponse du scintillateur plastique n'était pas linéaire avec l'énergie et que sa résolution était

ⁱ Pour la première campagne de mesure (2006), un ensemble TAC-ADC a été utilisé pour cette fonction. Il a été remplacé lors de la campagne suivante (2008) par un TDC car il présentait une meilleure linéarité.

relativement basse ($\Delta E/E \sim 25\%$) parce que le PM n'était pas adapté. Celui-ci a été remplacé pour la deuxième expérience et la fonction de réponse du détecteur a été mesurée au spectromètre à électrons disponible au CENBG de Bordeaux [Bordsp]. La résolution a été améliorée d'un facteur deux environ. Les résultats seront présentés dans la thèse de Ph. Veltén [Velt10].

Enfin il convient de noter que les détecteurs de diagnostic de la ligne sont traités par une acquisition indépendante de l'acquisition principale. Rentrent dans ce domaine la diode silicium située à l'entrée de LPCTrap (voir III.2.2) et le détecteur de monitoring du nuage piégé (voir III.3.2 et figure III.11). Ce dernier est de même principe que le détecteur d'ions de recul, mais de plus petite dimension (DLD40). L'échantillon du nuage d'ions détecté est traité par un TDC multihits au standard VME (CAEN V1290). Le temps de référence est donné par un signal logique lié à l'extraction des ions du piège et les signaux liés à la détection successive d'ions par le détecteur sont codés séquentiellement sur les cinq voies du TDC (une voie gallettes + quatre voies lignes à retard).

III.5. Résultats

Depuis l'installation de LPCTrap sur le site du GANIL en 2004, trois périodes de faisceau radioactif d' ${}^6\text{He}$ ont été accordées en 2005, 2006 et 2008 après autant de passages devant le comité d'expériences du GANIL (PAC). Les conditions d'expérience et la première analyse de données des deux premières périodes sont développées en détails dans la thèse d'A. Méry [Mery07a]. L'analyse, poursuivie par X. Fléchar, a permis d'une part d'extraire une première valeur du paramètre de corrélation a , et d'autre part d'identifier les facteurs dominants dans les effets systématiques. Cette étude pertinente a suggéré quelques modifications du dispositif pour la dernière expérience et elle a tracé la route à suivre pour son analyse. Ces résultats seront décrits dans la thèse de Ph. Velten [Velt10]. L'ensemble sera juste abordé ici pour en donner l'état des lieux.

III.5.1. La mise en exploitation de LPCTrap

L'ensemble LIRAT-LPCTrap a été testé en faisceau radioactif d' ${}^6\text{He}^{1+}$ en mai 2005. A cette époque, le système n'était pas fiabilisé et souffrait de diverses instabilités, accentuées par l'intensité très élevée du faisceau parasite de ${}^{12}\text{C}^{2+}$. De plus la présence d' ${}^6\text{He}$ neutralisés un peu partout dans le système a fortement perturbé la mesure. Ainsi le vide primaire dans la chambre secondaire du télescope β était initialement assuré par la pompe principale de LPCTrap. Le gaz radioactif neutre pompé dans le RFQ s'est mis à l'équilibre dans tout le système, provoquant une contamination importante de la chambre secondaire : le taux de déclenchement du détecteur était environ 50000 fois supérieur au taux attendu en considérant le nombre d'ions piégés estimé à ce moment (~ 250). Ce problème a été identifié peu avant la fin de l'expérience et il a été résolu en utilisant une pompe indépendante pour la chambre secondaire.

Malgré ces conditions difficiles, des coïncidences β - ion de recul provenant de la désintégration β de noyaux radioactifs confinés dans un piège à ions ont été mesurées pour la première fois. Le spectre de temps de vol de l'ion de recul obtenu en 6h d'expérience est présenté à la figure III.12, en comparaison avec une simulation simple d'une source ponctuelle dans le piège.

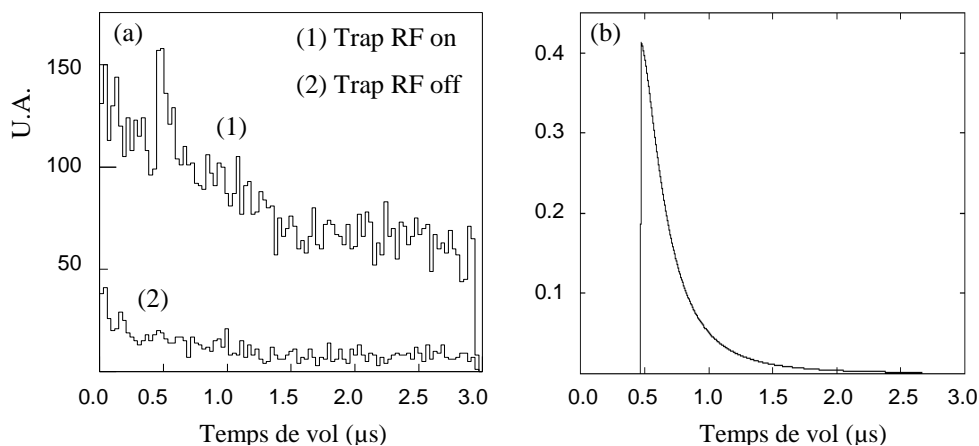


Figure III.12 : Spectre de temps de vol de l'ion de recul : a) obtenu expérimentalement avec et sans ions dans le piège, b) simulé pour une source ponctuelle.

Ces données ont été présentées à la conférence FINUSTAR (Kos, 2005), dont le compte-rendu est repris en annexe 4 [Lien06a]. Elles fournissent la preuve de principe de l'expérience.

III.5.2. La première campagne de mesures de 2006

Des mesures effectuées en faisceaux stables ont permis de fiabiliser le système avant cette première campagne. Certains éléments ont déjà été discutés au point III.3.2. Des études machine [EM06] ont notamment été réalisées avec des faisceaux stables d' $^4\text{He}^{1+}$ et $^{12}\text{C}^{2+}$ pour d'une part fiabiliser le réglage de la ligne LIRAT (voir III.2.2) et d'autre part tenter de comprendre les effets du $^{12}\text{C}^{2+}$ dans LPCTrap. Voici quelques résultats marquants :

- beaucoup d'ions $^{12}\text{C}^{2+}$ sont déjà neutralisés avant l'injection dans le RFQ;
- les ions $^{12}\text{C}^{2+}$ ionisent l'hydrogène et les gaz résiduels dans le RFQ, induisant de la charge d'espace dans le regroupeur;
- aucun confinement de $^{12}\text{C}^{2+}$ dans le piège de mesure n'a pu être mis en évidence.

Les effets du contaminant stable ne sont pas rédhibitoires pour l' ^6He , d'autant que le réglage de LIRAT permet d'en contrôler l'intensité (III.2.2). Par précaution une excitation dipolaire a été implémentée sur un segment du regroupeur de manière à éliminer le contaminant gênant sans perturber les ions $^6\text{He}^{1+}$. Elle n'a finalement pas été utilisée au cours de l'expérience.

Les résultats ont été présentés à la conférence TCP2006 (Parksville, Canada, 2006), dont le compte-rendu se trouve en annexe5 [Lien06b] et ils ont donné lieu à une publication [Flec08] reprise en annexe 6. Environ 10^5 coïncidences entre les particules β et les ions de recul ont été enregistrées pendant l'expérience. Le paramètre de corrélation est déduit de l'analyse du spectre de temps de vol entre les deux particules détectées. Le spectre brut d'un échantillon des événements est présenté à la figure III.13.

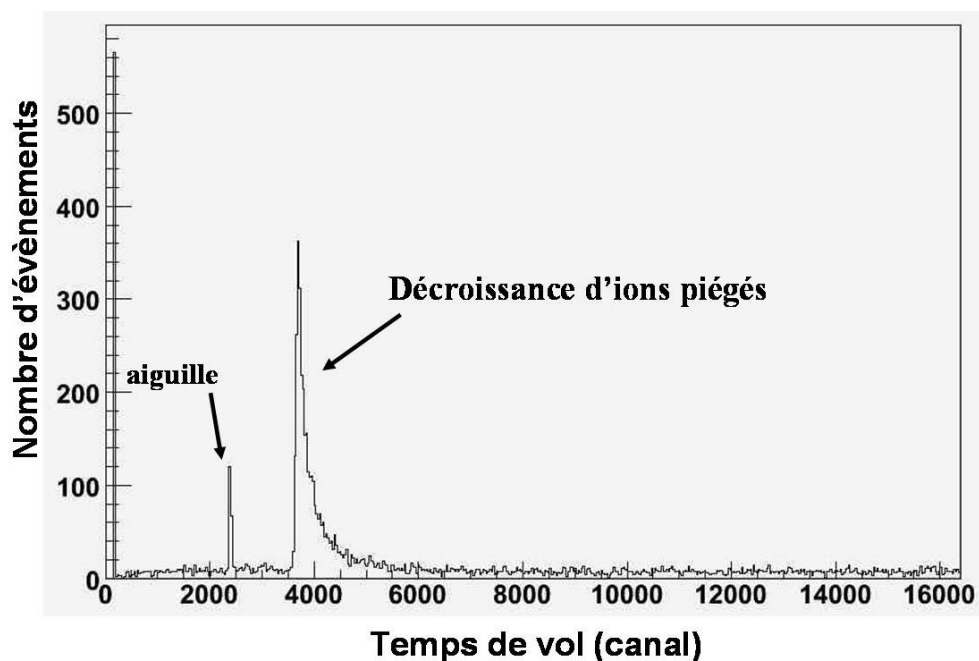


Figure III.13 : Spectre brut de temps de vol de l'expérience effectuée en 2006.

Le spectre final est construit en appliquant les conditions suivantes sur les paramètres mesurés pour assurer la détection de "bonnes" coïncidences correspondant à des événements complets:

- un signal cohérent est détecté sur chaque face du détecteur ΔE du télescope ;

- l'événement est enregistré pendant le piégeage dans le cycle de mesure après un temps d'attente correspondant à la thermalisation des ions dans le piège;
- la position reconstruite avec les lignes à retard du détecteur d'ions de recul est cohérente (la somme des temps sur une ligne est constante à la résolution près).

Enfin, l'analyse fine de ce spectre nécessite un étalonnage précis, l'identification du bruit de fond et la prise en compte de tous les effets expérimentaux qui influencent la forme de la distribution de temps de vol. Ces éléments sont discutés dans les points suivants.

III.5.2.1. Etalonnage

Un "Time Calibrator" a été utilisé pour déterminer la fonction de réponse de l'ensemble TAC-ADC employé lors de cette expérience [Mery07a]. Un temps zéro "absolu" peut être défini sur le spectre grâce au pic extrêmement mince (aiguille) apparaissant à gauche de la distribution de temps de vol. Cette aiguille a été partiellement identifiée. Elle comporte deux types d'événements, en coïncidence ou non avec la diode silicium ΔE . Ceux qui ne sont pas en coïncidence ont été attribués à du bruit de fond qui n'est pas parfaitement défini. En revanche les événements en coïncidence avec la diode, c'est-à-dire avec des électrons, proviennent des ions implantés sur le détecteur d'ions de recul, essentiellement au moment de l'évaporation des ions du piège au début de la phase de confinement. Le temps absolu lié à ces événements est donc légèrement négatif, correspondant au temps mis par les électrons pour rejoindre leur détecteur ($T_e = 1\text{MeV} \rightarrow t = 0.7\text{ns}$). Le spectre calibré est présenté à la figure III.14 avec les contributions de bruit de fond discutées dans le point suivant. L'absence d'événements pour les temps de vol inférieurs à 300ns est liée à un problème de synchronisation du point de validation du TDC dédié à la position de l'ion de recul.

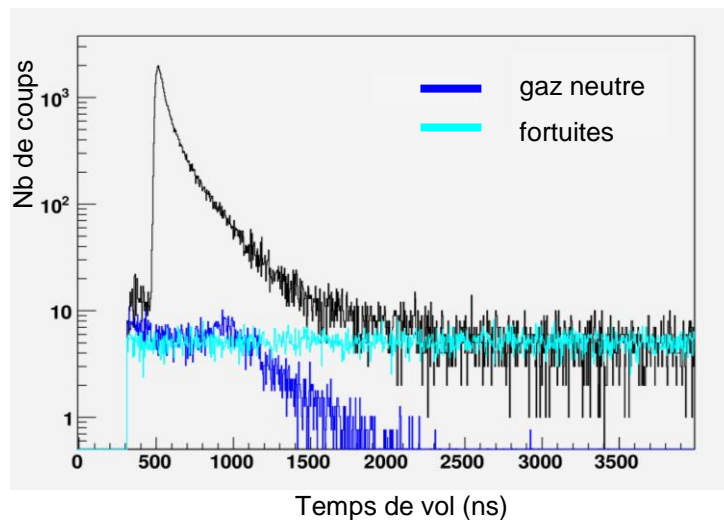


Figure III.14 : Distribution de temps de vol calibrée et contributions du bruit de fond normalisées aux données.

III.5.2.2. Le bruit de fond

Dans la distribution de temps de vol, deux sources de bruit de fond ont été identifiées :

- De "bonnes" coïncidences sont détectées en provenance du gaz radioactif neutre présent entre les deux détecteurs. Ce gaz issu du RFQ est alimenté par les ions ${}^6\text{He}^{1+}$ neutralisés dans celui-ci. Les principaux volumes concernés sont ceux des

collimateurs préférant une distribution spécifique au temps de vol (voir figure III.14).

- Des coïncidences fortuites sont enregistrées. Elles conduisent à une contribution plate dans la distribution de temps de vol, bien visible pour les valeurs élevées sur le spectre de la figure III.14.

Les deux contributions simulées, avec $a = -1/3$, sont normalisées aux données. La pertinence du bruit de fond déterminé peut être contrôlée grâce aux différents paramètres enregistrés au cours de l'expérience. En fait, ceux-ci permettent de déterminer toutes les variables cinématiques des particules détectées. De façon globale l'utilisation des différents paramètres permet notamment de calculer la masse de l'antineutrino émis (m_ν) : l'énergie communiquée à cette particule, E_ν (obtenue par conservation de l'énergie), est comparée à son impulsion, p_ν (obtenue par conservation de la quantité de mouvement). On obtient :

$$(m_\nu c^2)^2 = (E_\nu)^2 - (p_\nu)^2 c^2$$

La figure III.15 présente la distribution en $(m_\nu)^2$ obtenue pour les événements complets, à laquelle est superposée la distribution simulée des événements de bruit de fond. Cette comparaison montre d'une part que les sources de bruit de fond ont bien été identifiées et d'autre part qu'une coupure adéquate sur les événements permet de réduire fortement le bruit sans perte de données.

Le bruit de fond simulé est soustrait de la distribution de temps de vol pour son analyse finale.

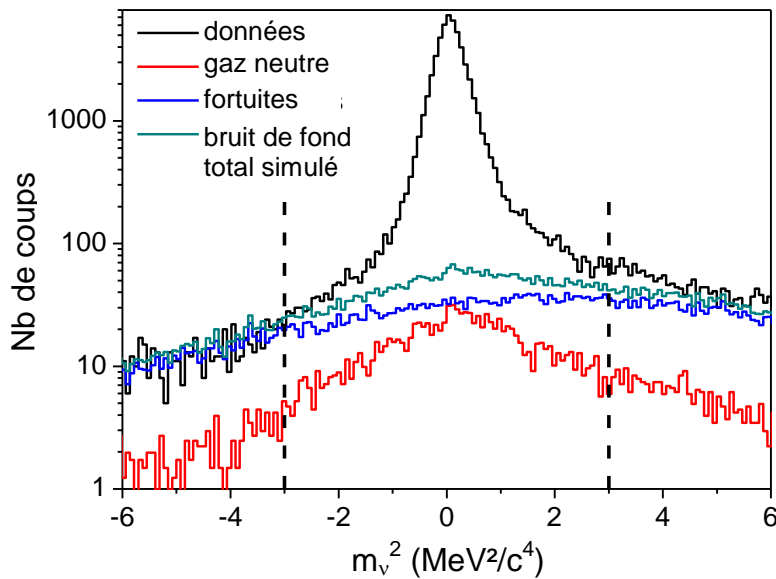


Figure III.15 : Distribution en $(m_\nu)^2$ des événements expérimentaux superposés aux résultats des événements de bruit de fond simulés. Le pic principal correspond aux bons événements. La coupure sur les données permet d'augmenter le rapport signal sur bruit.

III.5.2.3. Les effets expérimentaux

Tous les effets qui affectent la distribution de temps de vol doivent être pris en compte pour permettre une analyse cohérente de celle-ci. Ils sont liés soit à la source, soit au système de détection (voir tableau III.3).

Origine	Paramètre	Méthode de détermination
Source ${}^6\text{He}^{1+}$	<ul style="list-style-type: none"> - Taille du nuage ou T° - Vitesse résiduelle des ions radioactifs - Corrélation position-vitesse dans le nuage piégé - Effet de la RF sur le recul - <i>Shake-off</i> de l'électron dans le ${}^6\text{Li}^{2+}$ 	Mesure indépendante Simulation (SIMION) Simulation (SIMION) Mesure ind. et simulation Calcul [Paty07]
Détection	<ul style="list-style-type: none"> - Position et orientation des détecteurs - Fonctions de réponse du télescope - Post-accélération devant les galettes - Rétrodiffusion des électrons 	Données Mesure ind. et données Simulation (home made) Simulation (GEANT4)

Tableau III.3 : Effets expérimentaux pris en compte pour l'analyse de la distribution de temps de vol et méthode de détermination.

La majorité des paramètres et leurs erreurs ont été déterminés par des mesures annexes ou des simulations. Toutefois, concernant les détecteurs, il s'est avéré que la précision avec laquelle leurs positions et orientations étaient connues n'était pas suffisante pour permettre une analyse pertinente de la distribution de temps de vol. Ces paramètres ont alors été déterminés grâce aux données elles-mêmes. Par exemple la détermination d'un décalage latéral d'un détecteur est effectuée en comparant les taux de comptage moyens dans différents secteurs du détecteur. Des précisions de l'ordre de 0.7mm ont pu être obtenues par cette méthode. Toutefois, l'analyse a révélé que la valeur de a était peu sensible à ce paramètre. En revanche, elle dépend plus de la distance entre le centre du piège et le détecteur d'ions de recul. Cette distance, $d_{p-\mu}$, est déterminée très précisément ($\sim 50\mu\text{m}$) à partir du front de montée de la distribution en temps de vol des ions de recul. Cette technique peut être utilisée car ce front dépend très peu de la valeur absolue du paramètre de corrélation a . Pour valider la technique, une méthode itérative est employée. La distribution de temps de vol est initialement simulée avec une valeur quelconque de a (par exemple $a = +1/3$) et le front de montée est ajusté sur le front expérimental pour déterminer une première valeur de la distance $d_{p-\mu}$. Cette première valeur est ensuite injectée dans la procédure d'ajustement de la distribution en temps de vol complète, suivie pour déterminer la valeur expérimentale du coefficient de corrélation angulaire. La distribution de temps de vol est alors simulée avec cette valeur de a pour déterminer $d_{p-\mu}$, et la méthode est poursuivie jusqu'à ce qu'il y ait stabilisation des valeurs. Seulement deux itérations sont nécessaires pour atteindre la convergence de la procédure.

Tous les paramètres du tableau III.3 sont pris en compte dans la distribution de temps de vol simulée pour analyser la distribution expérimentale.

III.5.2.4. Une première valeur de a

La distribution de temps de vol expérimentale est ajustée par la combinaison de deux distributions simulées avec des valeurs fixées de a , $-1/3$ et $+1/3$. Appelons ToF_A et ToF_B les deux distributions simulées, la fonction d'ajustement, f , s'écrit comme suit :

$$f = \beta (\alpha \times ToF_A + (1-\alpha) \times ToF_B)$$

où α est le paramètre de "mélange" et β le paramètre de normalisation, donnés par l'ajustement de la distribution expérimentale.

Le paramètre de corrélation angulaire expérimental, a_{exp} , s'obtient en pondérant les valeurs utilisées dans les simulations avec la valeur de α issue du fit :

$$a_{\text{exp}} = \alpha (-1/3) + (1-\alpha) 1/3$$

La figure III.16 présente la fonction ajustée sur les données et les différences observées entre les deux distributions rapportées à l'incertitude statistique (résidus).

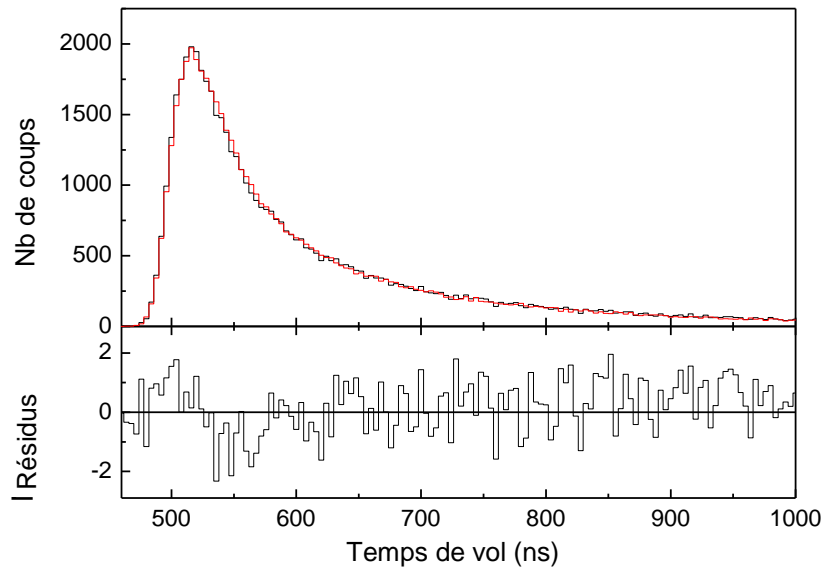


Figure III.16 : Ajustement de la distribution de temps de vol expérimentale à partir de distributions simulées (voir texte) et différences entre les deux courbes divisées par la racine des nombres de coups enregistrés à chaque canal.

L'accord est excellent ($\chi^2 = 0.915$) et la valeur obtenue pour a_{exp} vaut :

$$a_{\text{exp}} = -0.334 \pm 0.007 \text{ (stat)}$$

Une précision statistique de 2 % (1σ) est obtenue et la valeur est compatible à 1σ avec celle du Modèle Standard.

La figure III.17 présente la comparaison d'autres distributions mesurées (énergie β , distributions en positions,...) aux simulations effectuées avec la valeur de a issue de l'ajustement. L'accord très correct montre que l'ensemble a bien été compris. Ces résultats ont été présentés à la conférence RNB8ⁱ en mai 2009 (Grand Rapids, Etats-Unis).

Une estimation de l'erreur systématique a été réalisée en analysant l'impact des effets expérimentaux dominants sur la valeur du paramètre de corrélation. Les résultats sont repris dans le tableau III.4.

ⁱ RNB8 : 8th International Conference on Radioactive Nuclear Beams, 26-30 mai 2009, Grand Rapids, Michigan, Etats-Unis.

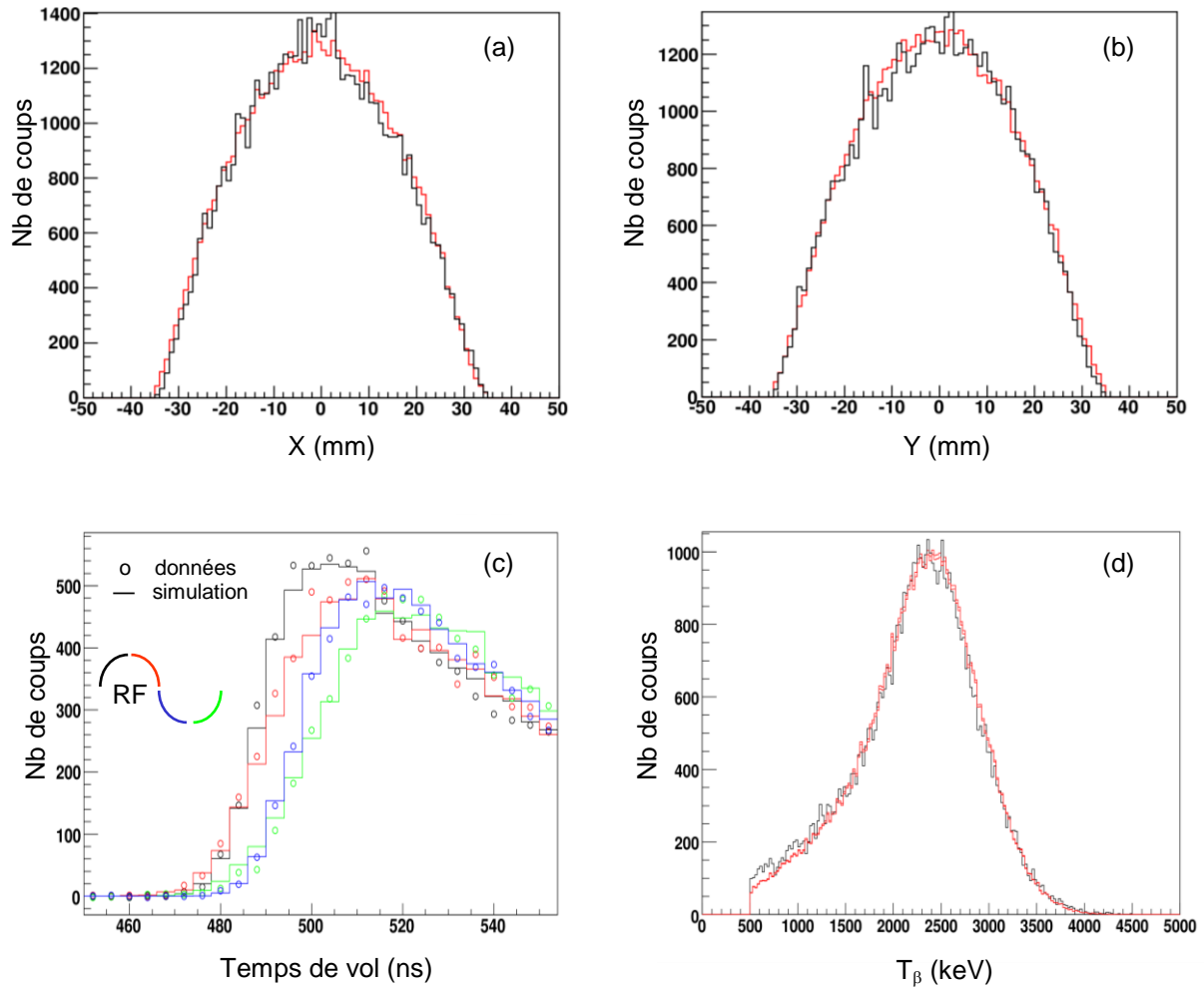


Figure III.17 : Comparaison des distributions mesurées et simulées avec $a = -0.334$ pour les positions sur le détecteur de recul (a)(b), les distributions de temps de vol en coïncidence avec différentes phases de la RF(c) et la distribution en énergie des β (d). Pour les spectres (a), (b) et (d), les données sont en noir et les simulations en rouge.

Source d'erreur	Δa (syst.)	Remarque
Bruit de fond	0.0009	} Valeurs dépendant de la statistique
Position détecteur recul	0.0042	
Position détecteur β	0.0003	
Calibration détecteur β	0.0011	
Diffusion des β	0.0019	
Shake-off ${}^6\text{Li}^{2+}$	0.0019	} Valeur préliminaire
Effet du champ RF	0.0017	
Taille du nuage (T°)	0.0054	

Tableau III.4 : Erreurs systématiques prises en compte dans l'analyse.

Les effets systématiques principaux sont la taille du nuage (ou sa température) et la distance entre le centre du piège et le détecteur d'ions de recul. Il convient de préciser que ce dernier paramètre, déterminé par les données elles-mêmes, dépend de la statistique disponible et, de ce fait, on peut espérer que l'effet sera moindre pour les données acquises en 2008. La taille

du nuage est obtenue par une mesure indépendante. Elle est déterminée en analysant les distributions de temps de vol et de position des ions extraits du piège à différentes phases de la RF (voir III.3.2). Ces distributions expérimentales sont comparées à celles obtenues par SIMION pour différentes tailles de nuage. Actuellement le résultat est encore peu précis (~5%). En effet les distributions en position des ions disponibles n'ont pas pu être exploitées car le détecteur était défectueux au moment de la mesure. De plus il n'est pas possible aujourd'hui de définir avec grande précision la phase RF d'extraction des ions. L'exploitation des distributions de temps de vol disponibles dans ces conditions a conduit à la valeur préliminaire de Δa présentée dans le tableau III.4. Elle est issue du graphe de la figure III.18 qui présente la dépendance de la valeur de a avec la valeur de l'énergie thermique (kT).

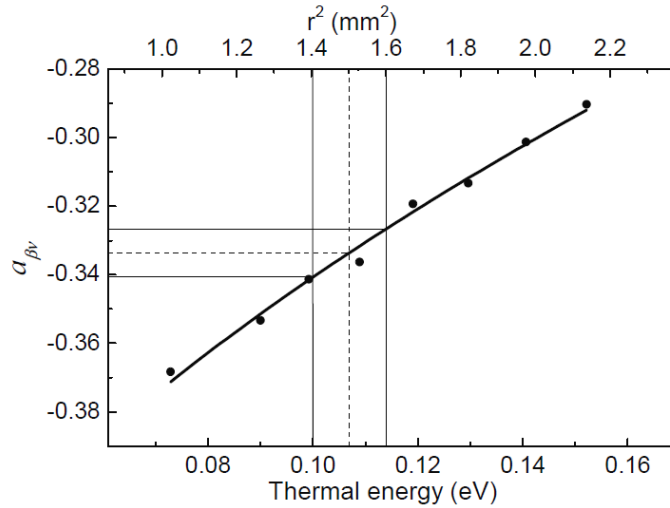


Figure III.18 : Evolution de la valeur de a avec l'énergie thermique (kT) du nuage et le carré de son rayon (r^2). La zone d'incertitude systématique correspond à l'incertitude obtenue sur la mesure de kT .

De nouvelles mesures seront nécessaires pour réduire cette incertitude systématique au moins au niveau de l'erreur statistique attendue pour les données de la campagne de 2008 (voir III.5.3).

Enfin, le phénomène de *shake-off* de l'électron dans le ${}^6\text{Li}^{2+}$ et la rétrodiffusion des β sur les structures du dispositif expérimental sont deux paramètres du tableau III.4 qui contribuent encore à l'erreur systématique à un niveau supérieur à 1% :

- Actuellement la contribution du *shake-off* est issue d'un calcul théorique effectué par Z. Patyk [Paty07]. La probabilité d'ionisation (P) est calculée en fonction de l'énergie cinétique de l'ion de recul (T_R): $P = (2.338 + 0.004T_R(\text{keV}))\%$. Ce calcul très précis est en désaccord avec des calculs antérieurs [Migd41, Fein41] et, par précaution, une incertitude de 10% a été introduite dans la simulation, conduisant à une variation sur a de 0.19%. Une proposition d'expérience visant à mesurer cette contribution a été soumise au GANIL et elle a été acceptée (voir IV.1).
- La diffusion des β dans la chambre de mesure a été simulée par GEANT4. Une incertitude de 20% lui a été associée car nous n'avons pas pour l'instant de point de comparaison expérimental. Il est prévu d'effectuer des mesures auprès du spectromètre à électrons disponible au CENBG de Bordeaux [Bordsp].

Finalement, l'analyse des données acquises en 2006 a fourni le résultat préliminaire suivant :

$$a_{\text{exp}} = -0.334 \pm 0.007 \text{ (stat)} \pm 0.008 \text{ (syst)}$$

La précision atteinte est inférieure à celle de Jonhson *et al.* [John63], mais elle est supérieure à celle de la dernière expérience effectuée en coïncidence [Vise63] (voir tableau II.2). Il s'agit donc aujourd'hui de la mesure la plus précise du coefficient de corrélation angulaire $\beta - \nu$ dans la décroissance de l' ^6He , obtenue dans une expérience effectuée en coïncidence (voir figure III.19). Cette méthode permet d'acquérir une grande confiance dans le résultat grâce à la cohérence de l'analyse observée dans l'ensemble des distributions mesurées.

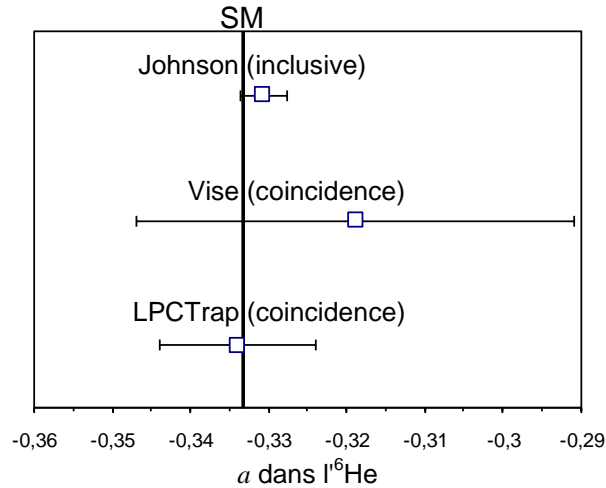


Figure III.19 : Comparaison du résultat obtenu en 2006 avec les résultats de Johnson *et al.* [John63] et Vise *et al.* [Vise63].

III.5.3. La campagne de mesures de 2008

L'analyse de l'expérience précédente a suggéré un ensemble d'actions à mener, propices à un meilleur contrôle des effets systématiques :

- Le piège et l'ensemble de détection ont été réalignés avec une précision de 1/10mm.
- Une conductance de vide a été installée entre le RFQ et la chambre du piège pour réduire l'injection de gaz radioactif neutre dans celle-ci, de manière à réduire le bruit de fond. Comme la quantité d'hydrogène résiduel a diminué aussi, il a fallu installer une injection indépendante de gaz H_2 dans la chambre du piège pour assurer le refroidissement des ions dans le piègeⁱ.
- Le cycle de mesure a été modifié de manière à contrôler le bruit de fond en continu. Le cycle total a été réglé à 214ms, avec 160ms de piégeage et 54ms de comptage après extraction des ions du piège.
- Le télescope β a été modifié et sa fonction de réponse mesurée avec un spectromètre à électrons (voir III.4).
- Un détecteur d'ions de recul supplémentaire a été installé à 90° par rapport aux autres. Il n'est pas utilisé pour augmenter la statistique, celle attendue pour ce détecteur étant un facteur 10 inférieur au taux de coïncidences principal. En revanche, sa statistique devrait être suffisante pour déterminer des effets expérimentaux liés au nuage d'ions et au télescope β .

Lors de l'expérience, environ $4 \cdot 10^6$ coïncidences entre les particules β et les ions de recul ont été enregistrées. Elles devraient permettre de déterminer le paramètre de corrélation angulaire

ⁱ Auparavant, cette fonction était assurée par l' H_2 s'échappant de la chambre du RFQ.

dans la décroissance de l' ^6He avec une précision statistique inférieure à 0.5%. L'objectif est atteint. La figure III.20 présente les distributions de temps de vol expérimentales "brutes" obtenues lors de l'expérience, en coïncidence avec le temps de cycle de piégeage et le bruit de fond.

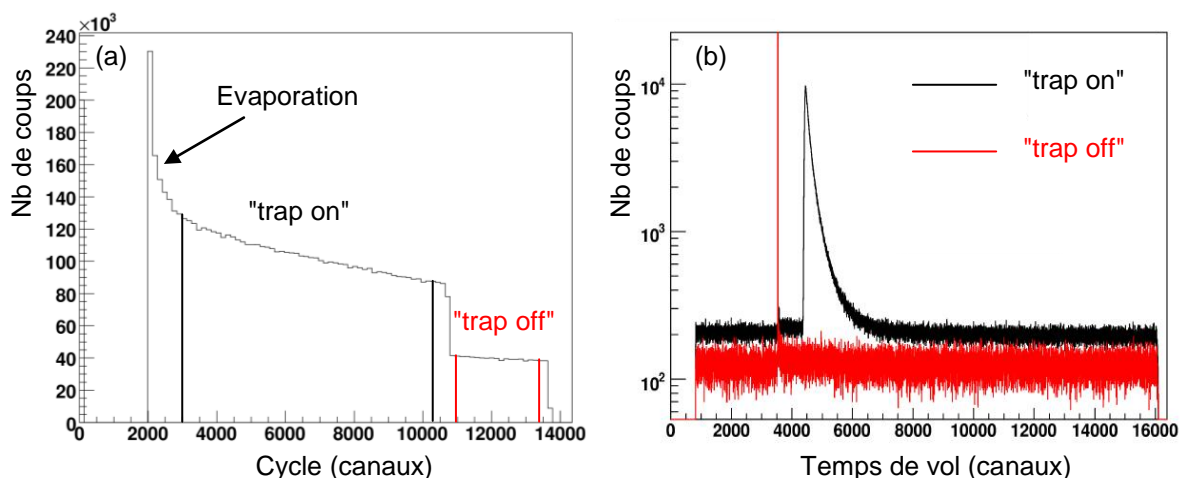


Figure III.30 : Spectres de temps de vol (b) en coïncidence avec les périodes de cycle (piégeage et bruit de fond) présentées sur le spectre de gauche. L'évaporation des ions au début du piégeage et pendant le refroidissement apparaît clairement sur ce spectre.

L'analyse de ces données est en cours et elle sera décrite en détails dans la thèse de Ph. Velten [Velt10]. Le principe de base est identique à celui de l'analyse précédente. Le programme SIMION est utilisé pour modéliser la source piégée et il fournit un fichier d'entrée pour la simulation des événements physiques. Cette simulation intégrant entièrement le dispositif et les processus physiques est effectuée avec GEANT4. Cela signifie que sont directement pris en compte des processus tels que la diffusion des électrons sur l'ensemble du dispositif aussi bien pour la source piégée que pour le gaz neutre contribuant au bruit de fond. De même, la fonction de réponse du télescope β doit en principe être complètement décrite par la simulation. Pour illustrer ces propos, le dispositif simulé est présenté à la figure III.31 sous deux angles de vue. Un événement de désintégration venant du piège est visible sur la figure. Le résultat final de cette expérience est attendu avant la fin de l'année 2010.

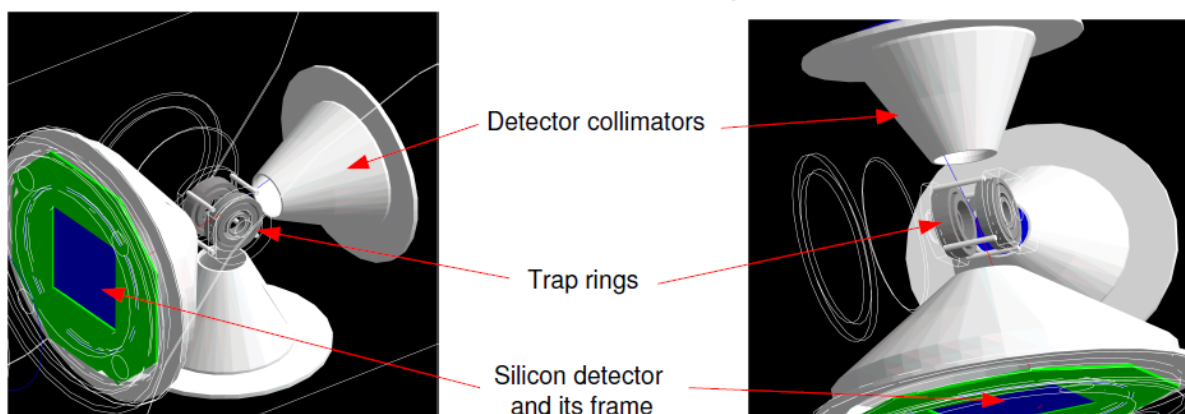


Figure III.31 : Visualisation du dispositif simulé avec GEANT4, avec un événement de désintégration issu du piège (rouge : électron, bleu : ion de recul).

IV. Conclusion et perspectives

Un tour d'horizon de la problématique des mesures de corrélation β - ν des transitions permises dans la décroissance de noyaux radioactifs non polarisés a été effectué dans ce travail. Le cadre théorique a d'abord été posé en détails, puis les techniques de mesure ont été décrites de manière générale, ceci afin de situer le contexte dans lequel s'est développé notre projet consacré au noyau ${}^6\text{He}$. Aujourd'hui de tels couplages sont expliqués par l'échange de nouveaux bosons chargés, appelés leptiquarks, responsables d'interactions directes entre quarks et leptons. Le lecteur intéressé est invité à lire les références suivantes : [Buch87], [Hagi02], [Herc01] et [Hube03].

Les mesures de corrélation effectuées à basse énergie sont des mesures de précision et l'analyse décrite dans la troisième partie met en évidence la nécessité qu'elles requièrent de maîtriser complètement le dispositif expérimental. Il faut connaître précisément tous les paramètres qui influencent les distributions des événements selon les variables pertinentes pour la détermination du paramètre de corrélation angulaire. Il s'ensuit que les mesures en coïncidence paraissent plus difficiles à réaliser que les mesures "intégrées" car plus de paramètres sont à gérer, et ceci explique peut-être que jusqu'à la fin des années 90, ces dernières ont conduit aux résultats les plus précis. Il convient de rappeler que les expériences en coïncidence ont l'avantage de fournir un ensemble de distributions de variables mesurées ou déduites que l'analyse doit reproduire. Elles offrent donc plus de contraintes qui permettent d'acquiescer une grande confiance dans le résultat final. Les efforts fournis dans cette direction depuis une dizaine d'années méritent d'être soulignés.

Dans notre expérience, le paramètre de corrélation est déduit de la distribution en temps de vol des ions de recul. Le fait de détecter le β en coïncidence influence fortement cette distribution car cela provoque nécessairement une coupure angulaire, une coupure en énergie et une dépendance aux interactions des électrons dans la chambre du piège et dans les détecteurs. L'objectif minimal est d'obtenir une erreur systématique au pire du même ordre de grandeur que l'erreur statistique. C'est atteint pour l'expérience effectuée en 2006, qui fournit aujourd'hui la meilleure précision d'une mesure de corrélation angulaire effectuée en coïncidence pour une transition de Gamow-Teller pure. En revanche, certains paramètres devront être mieux connus pour atteindre la précision statistique attendue pour la dernière expérience. C'est notamment le cas pour la taille du nuage radioactif piégé, qui représente la contribution majeure de l'erreur systématique au résultat de a . On peut estimer une précision limite qu'il sera difficile d'améliorer. Actuellement la taille du nuage est connue à 5% près, ce qui conduit à une incertitude systématique de l'ordre de 1.5% sur la valeur du coefficient de corrélation a . Le dispositif actuel permet probablement de gagner un facteur 5 sur la précision de ce paramètre, ce qui limiterait à quelques % la précision obtenue sur a . Dans l'absolu il serait donc envisageable d'améliorer l'expérience de 2008 d'un facteur deux environ. Ceci demande évidemment d'améliorer d'un facteur quatre la statistique acquise, ce qui représenterait un nouveau défi.

De manière fortuite, cette valeur limite se rapproche de celle qui a été évoquée dans la première partie de ce travail : sous une précision de 1%, les termes correctifs, liés aux effets relativistes et aux effets du second ordre par exemple, ne sont plus nécessairement négligeables. On approche de la limite des travaux effectués au XX^{ème} siècle. Dans ce contexte, il semble intéressant que des efforts soient toujours fournis dans l'avenir pour améliorer les dispositifs expérimentaux afin de poursuivre les mesures, puisque avec

l'amélioration des précisions, elles devraient permettre de raviver le débat théorique de la thématique.

A Caen, les perspectives à court et moyen termes s'orientent d'abord vers une exploitation des performances du dispositif actuel, mises à profit dans les thèmes suivants :

- Mesure du *shake-off* électronique dans quelques décroissances β .
- Mesure du paramètre de corrélation dans la décroissance de l' ^8He .
- Mesure du paramètre de corrélation dans les transitions miroirs.

Ces thèmes sont développés succinctement dans la suite.

IV.1. Mesure du *shake-off*

Le *shake-off* d'électron(s) correspond à l'éjection d'électron(s) du cortège électronique après la décroissance β d'un atome ou d'un ion. Cet effet est dû à la modification soudaine de la charge du noyau lors de la décroissance β et à son interaction avec le cortège électronique. La conséquence immédiate est que l'élément fils issu de la désintégration peut se trouver dans différents états de charge qui vont influencer son comportement dans les champs électromagnétiques instaurés dans les dispositifs expérimentaux pour sa détection.

Dans le cas de notre expérience, la décroissance β de l' ${}^6\text{He}^{1+}$ conduit normalement à l'ion ${}^6\text{Li}^{2+}$. Il reste donc un seul électron qui peut être éjecté par effet *shake-off*, et l'ion fils peut se retrouver seulement dans deux états de charge. Les deux populations correspondantes seront influencées différemment par le champ RF de piégeage et la zone de post-accélération créée devant la galette de micro-canaux pour assurer une détection efficace des ions de recul, indépendante de la position (voir III.4). Le dispositif actuel ne permet pas de séparer les deux populations d'événements, et la distribution en temps de vol dominante des ${}^6\text{Li}^{2+}$ est déformée par l'autre distribution. Il est donc nécessaire de connaître la probabilité de *shake-off* après la décroissance β . Elle a été mesurée en 1963 par Carlson *et al.* [Carl63] pour les atomes ${}^6\text{He}$, mais elle ne l'a jamais été pour les ions ${}^6\text{He}^{1+}$. Cette probabilité a été estimée récemment par Patyk [Paty07], en fonction de l'énergie cinétique de l'ion de recul T_R :

$$P = (2.338 + 0.004T_R(\text{keV}))\%$$

La précision du calcul est élevée et la valeur est en accord avec celle obtenue par Wauters *et al.* [Waut96]. Toutefois un désaccord, visible sur la figure IV.1, existe avec un calcul plus ancien effectué par Migdal [Migd41] et Feinberg [Fein41].

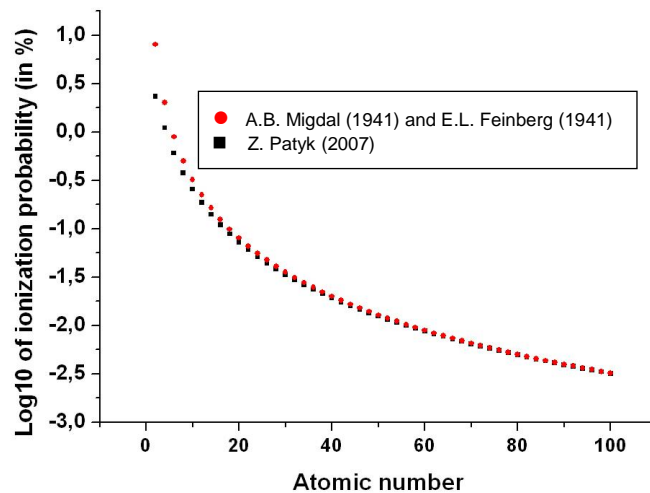


Figure IV.1: Logarithme de la probabilité d'ionisation calculée pour les ions hydrogénoïdes dans le cas d'un recul nul. Un écart important est observé pour les faibles valeurs de Z entre le calcul de Patyk [Paty07] et ceux de Migdal [Migd41] et Feinberg [Fein41].

Par précaution, une incertitude de 10% a été introduite dans l'analyse des données ${}^6\text{He}$, ce qui a conduit à une incertitude systématique relative d'environ 0.6% sur la valeur de a (voir tableau III.4.).

Une proposition d'expérience visant à mesurer la probabilité de *shake-off* de l'électron après décroissance de l' ${}^6\text{He}^{1+}$ avec une précision de 5% a été acceptée par le PAC du GANIL. Pour effectuer cette expérience, le dispositif de détection de l'ion de recul sera adapté : la

post-accélération sera effectuée dès l'entrée dans le collimateur et la base de vol des ions sera allongée pour permettre la séparation des deux populations d'état de charge. Le schéma du dispositif est repris à la figure IV.2 [Cour09].

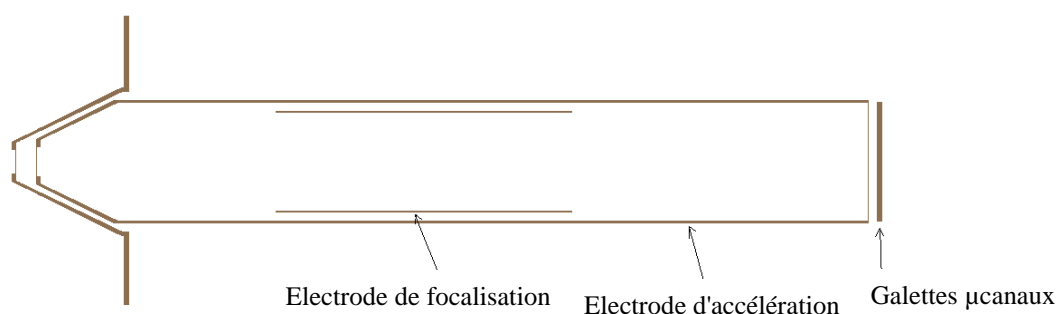


Figure IV.2: Dispositif de détection des ions de recul adapté à la séparation des états de charge.

Une électrode de focalisation a été ajoutée au centre du dispositif pour éviter les pertes des ions. Les simulations ont été effectuées avec le logiciel SIMION et elles ont donné les résultats présentés à la figure IV.3, pour une tension d'accélération de -4kV, une tension de focalisation de -0.75kV et une base de vol de 60cm. Une séparation correcte est obtenue entre les deux distributions.

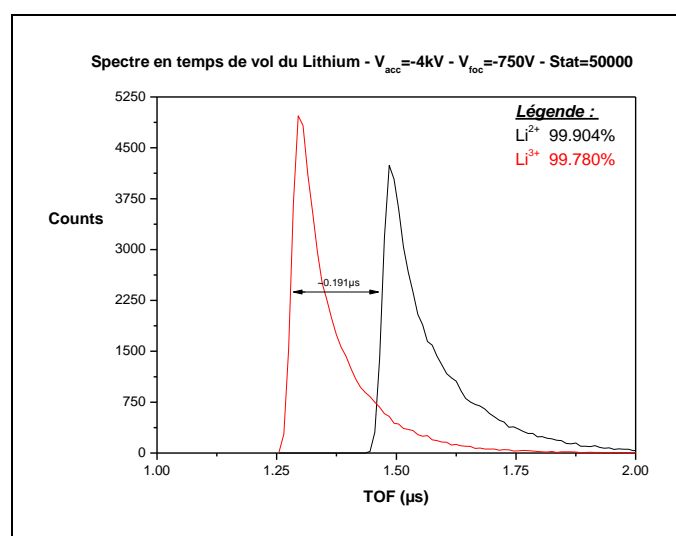


Figure IV.3: Distributions en temps de vol simulées avec le dispositif de la figure IV.2, pour les ions ${}^6\text{Li}^{2+}$ et ${}^6\text{Li}^{3+}$ issus de la décroissance d'ions ${}^6\text{He}^{1+}$ dans le piège de Paul à anneaux.

Le dispositif a été pensé pour pouvoir être utilisé avec d'autres faisceaux accessibles aujourd'hui sur la ligne LIRAT, à savoir le ${}^{19}\text{Ne}^{1+}$ et l' ${}^{35}\text{Ar}^{1+}$. Ces ions décroissent par émission β^+ et, dans ce cas, l'état de charge le plus probable est nul. Une bonne détection des éléments de recul ne peut se faire que s'il y a au moins une ionisation par *shake-off*. Les probabilités diminuent pour les ionisations supérieures, et la simulation a été réalisée jusqu'à l'état de charge 3+. Les résultats sont présentés à la figure IV.4.

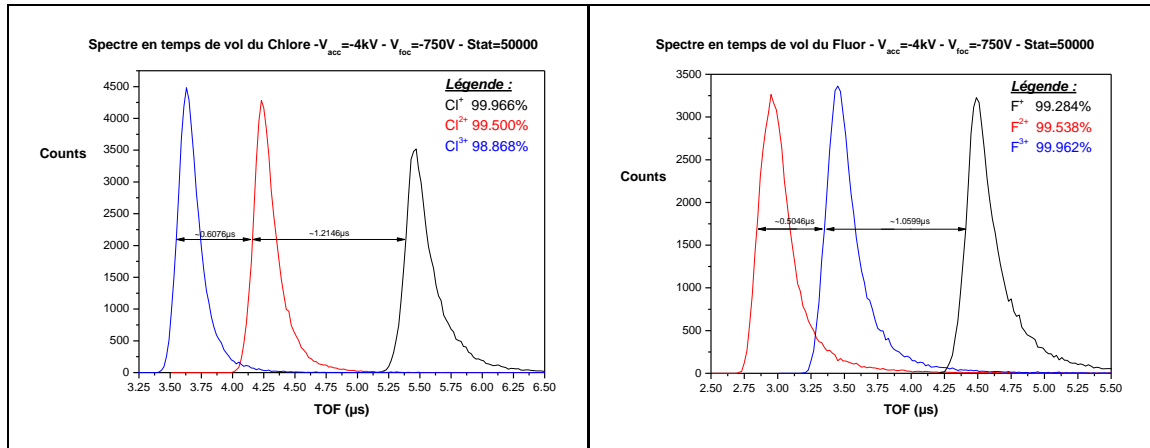


Figure IV.4: Simulation des distributions en temps de vol pour les ions $^{35}Cl^{n+}$ et $^{19}F^{n+}$.

L'intérêt de la mesure de la probabilité de *shake-off* dans ces noyaux est multiple. D'une part, le projet WITCH [Kozl08] au CERN a pour objectif de mesurer le paramètre de corrélation angulaire dans la décroissance de l' $^{35}Ar^{1+}$ (voir II.2), et le dispositif utilisé ne permet pas la séparation des distributions d'états de charge des éléments fils $^{35}Cl^{n+}$. Ces distributions doivent être connues pour permettre une simulation adéquate des événements attendus dans le spectromètre de recul. D'autre part, les deux noyaux évoqués ci-dessus subissent des transitions miroirs, et ce type de transition revêt un intérêt particulier discuté dans le point IV.3.

IV.2. Mesure du paramètre a dans la décroissance du noyau ^8He

La mesure envisagée est une alternative à celle effectuée avec l' ^6He . En effet la décroissance β de l' ^8He est aussi une transition GT pure, mais elle est suivie, avec une probabilité de 84%, de l'émission d'un photon γ de 980.7keV (voir figure IV.5). Dans ce cas, le paramètre de corrélation angulaire est déduit du décalage Doppler de la raie γ , détectée en coïncidence avec les particules β , selon la description effectuée dans la partie II.1. Les effets systématiques liés au dispositif de mesure seront différents de ceux de l'expérience ^6He . Les résultats des deux mesures pourront donc être directement comparés et, de plus, la combinaison des deux résultats indépendants permettra de réduire sensiblement l'incertitude sur a_{GT} .

La détection en coïncidence des γ et β émis soit dans le même sens (0°) soit dans le sens opposé (180°) permet d'évaluer un double décalage Doppler, $2\langle\Delta E_\gamma\rangle$, selon la formule suivante (équation II.5) :

$$2\langle\Delta E_\gamma\rangle = 2E_\gamma \frac{\langle r_Z \rangle}{m_{\text{ion}}c} = 2E_\gamma \frac{p_e(1 + a \frac{E_\nu}{3E_e})}{m_{\text{ion}}c} \quad (\text{IV.1})$$

où p_e , E_e , E_ν et E_γ sont respectivement l'impulsion de l'électron, son énergie totale, l'énergie du neutrino et l'énergie du photon émis;
 m_{ion} et $\langle r_Z \rangle$, la masse de l'ion de recul et la valeur moyenne de son impulsion dans la direction de l'électron.

Ce double décalage Doppler est important dans le cas de l' ^8He car le Q_β élevé (9.67 MeV) conduit à une "grande" énergie de recul ($T_{R\text{max}} = 6.9\text{keV}$). La figure IV.5 présente la valeur calculée de $2\langle\Delta E_\gamma\rangle$ en fonction de l'énergie du β pour $a_{\text{GT}} = \pm 1/3$ (A, T). Les courbes sont comparées aux résultats obtenus pour le ^{18}Ne , transition pure F ($a_F = \pm 1$) pour laquelle le coefficient de corrélation angulaire a été mesuré par une technique Doppler [Egor97].

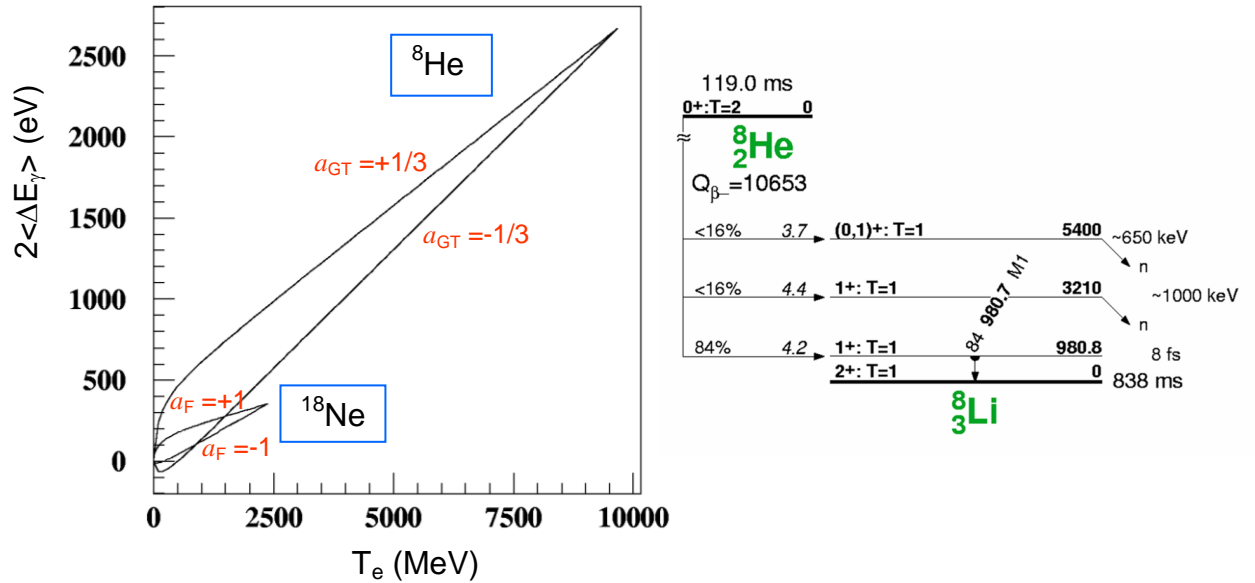


Figure IV.5: Double décalage Doppler calculé pour les γ émis après les transitions β des noyaux ^8He et ^{18}Ne . Les valeurs correspondantes de a sont indiquées sur les courbes.

A) Comparaison ^8He – ^{18}Ne : détermination du nombre d'événements nécessaire pour mesurer a_{GT} avec une précision de 0.5%

La figure IV.5 montre un gain en sensibilité évident pour l' ^8He . Cette sensibilité dépend d'une part, de la valeur maximale du décalage Doppler qui fournit la dynamique des courbes de la figure IV.5 et d'autre part, du domaine "physiquement" accessible pour a (F : $-1 \rightarrow +1$; GT : $-1/3 \rightarrow +1/3$) qui définit l'écart entre les deux courbes extrêmes. Une estimation analytique du gain en sensibilité entre les cas ^8He et ^{18}Ne a été réalisée. Chaque point de mesure expérimentale $(T_e, 2\Delta E_\gamma)$ permet d'extraire une valeur de a en inversant la formule IV.1 :

$$a = \frac{3E_e}{p_e E_\gamma} \left(\frac{\Delta E_\gamma m_{ion} c}{E_\gamma} - p_e \right)$$

L'incertitude absolue sur a est liée aux incertitudes de mesure de T_e et de ΔE_γ . La première est liée à l'étalonnage du dispositif et donne ainsi lieu à une composante purement systématique dans l'incertitude absolue. La seconde contient une composante statistique : l'incertitude sur l'évaluation du centroïde d'un pic de forme gaussienne est donnée par σ/\sqrt{N} où σ est la dispersion de la distribution et N son intégrale. Sur cette base une incertitude statistique peut être déduite pour a :

$$\frac{\sigma_a}{a} = \frac{(a + 3E_e / E_\gamma) \sigma_{\Delta E_\gamma}}{a \Delta E_\gamma} \quad (\text{IV.2})$$

Ce rapport a été calculé pour environ 200 points des spectres β de l' ^8He et du ^{18}Ne en utilisant une statistique totale identique et en prenant 2keV de résolution pour le détecteur de photons. Les résultats sont présentés à la figure IV.6.

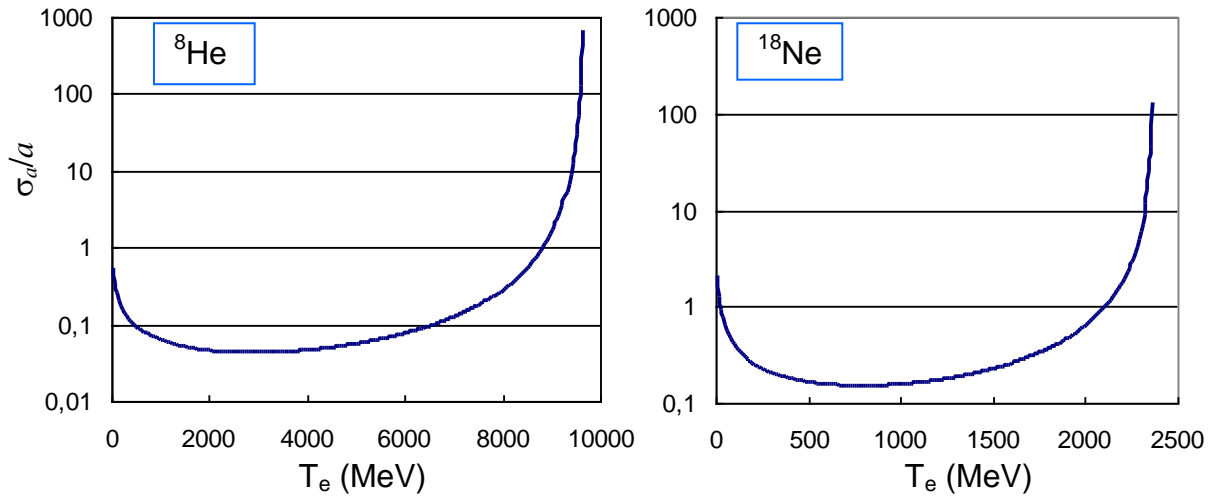


Figure IV.6: Incertitude relative sur a calculée pour l' ^8He ($a = -1/3$) et le ^{18}Ne ($a = +1$) en fonction de l'énergie cinétique du β en utilisant l'équation (IV.2) (voir texte pour plus de détails).

La meilleure valeur obtenue pour l' ^8He correspond à une incertitude relative 3.5 fois meilleure que celle du ^{18}Ne . Ce gain en sensibilité est confirmé en combinant, dans chaque cas, les valeurs discrètes cumulées pour une même portion relative des données, à partir d'un seuil (500keV) jusqu'à une valeur pour laquelle l'erreur relative reste raisonnable (^{18}Ne : 1600keV, ^8He : 5000keV).

La comparaison des deux systèmes peut être poussée plus loin afin de déterminer le nombre d'événements nécessaire pour obtenir une précision de 0.5% sur a_{GT} en étudiant la décroissance de l' ^8He . Un nombre total de $5.3 \cdot 10^3$ événements ont été utilisés par Egorov *et al.* pour déterminer a_F à 20 % près : $a_F = 1.06 \pm 0.19 (2\sigma)$

Pour améliorer ce résultat d'un facteur 20 (1% à 2σ), il faut 400 fois plus d'événements, que l'on peut diminuer d'un facteur $(3.5)^2$ en raison de la sensibilité accrue de l' ^8He . La statistique nécessaire est donc de $1.7 \cdot 10^5$ événements.

B) Estimation de l'intensité du faisceau nécessaire pour atteindre l'objectif en utilisant LPCTrap

L'intensité du faisceau nécessaire pour atteindre la statistique requise en un temps raisonnable (~ 1 semaine) dépend des efficacités de la source de confinement et du système de détection.

Concernant la source, le temps de vie du niveau excité atteint dans le ^8Li semble trop long ($\tau = 8\text{fs}$) pour envisager une implantation des noyaux radioactifs dans une cible solide. En effet, ce temps correspond à un parcours d'environ 33\AA pour les ions les plus énergétiques, ce qui conduit à une perte d'énergie d'environ 400eV dans du carbone ($\sim 6\%$ de l'énergie initiale). Cet effet systématique ne pourrait être pris en compte qu'avec une incertitude élevée car les pertes d'énergie des ions de très basse énergie sont mal connues. Avant de conclure définitivement sur ce point, il conviendra toutefois d'effectuer une simulation réaliste de l'expérience pour évaluer l'impact de la méconnaissance des pertes d'énergie sur la valeur de a . Un confinement d'ions $^8\text{He}^{1+}$ dans le vide au moyen du piège de Paul peut être considéré. En principe, le rapport des masses entre l'ion radioactif et le gaz tampon est plus favorable que pour l' ^6He , ce qui devrait permettre d'obtenir une efficacité de transmission plus élevée dans le RFQ. Cet élément n'est pas pris en considération dans la suite car il n'a pas été estimé. En revanche, la période radioactive de l' ^8He , 120ms, suggère de travailler avec des cycles de mesure plus courts que dans le cas de l' ^6He . L'efficacité totale de LPCTrap sera plus élevée : pour un cycle de 20ms, environ un facteur 10 est gagné par rapport à 214ms.

La figure IV.7 présente un schéma de principe du système de détection. Situé à 10cm de la source, il est constitué de quatre détecteurs germanium identiques pour les γ et de quatre plastiques scintillateurs pour les β .

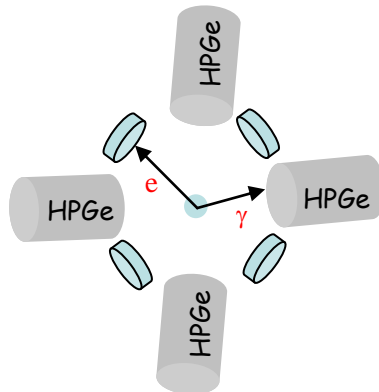


Figure IV.7: Ensemble de détection $\beta - \gamma$ placé à 10 cm autour de la source d' $^8\text{He}^{1+}$ confinée dans le piège de Paul.

La figure IV.8 donne l'efficacité totale du détecteur Ge hyperpur utilisé lors de l'expérience sur le ^{21}Na menée à KVI [Acho09] (voir II.2).

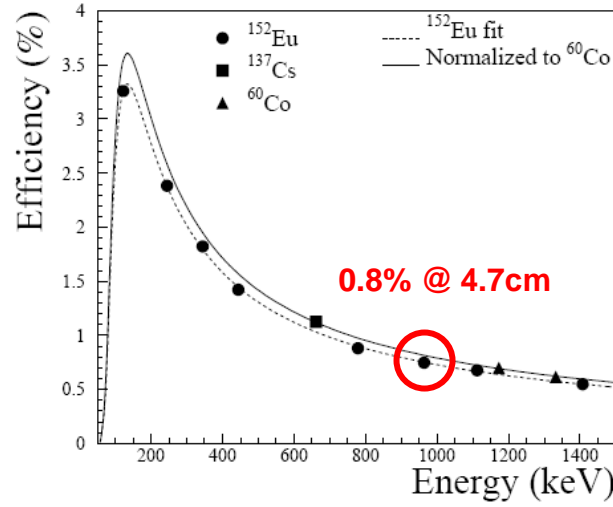


Figure IV.8: Courbe d'efficacité totale du Ge hyperpur utilisé à KVI lors de l'expérience avec le ^{21}Na (Figure issue de la référence [Acho09]).

A $E_\gamma = 1\text{MeV}$, l'efficacité est de 0.8% avec un détecteur placé à 4.7cm du dispositif d'implantation. Une efficacité totale d'environ 0.8% est donc attendue pour quatre détecteurs identiques situés à 10 cm de la source.

Les quatre plastiques scintillateurs, choisis avec un diamètre de 4cm, couvrent un angle solide total de 4%.

En tenant compte du rapport d'embranchement (84%), l'efficacité totale obtenue est d'environ $3 \cdot 10^{-4}$.

Les valeurs des facteurs traités ci-dessus sont comparées dans le tableau IV.1 à celles obtenues pour l' ^6He lors de l'expérience de 2008.

Facteur	^8He	^6He	Gain $^8\text{He}/^6\text{He}$
Stat. nécessaire	$1.7 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^6$	23
ε (ligne)	$2 \cdot 10^{-3}$ (20ms)	$2 \cdot 10^{-4}$ (214ms)	10
ε (détection)	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$	1/10
Total :			23

Tableau IV.1: Statistique nécessaire et efficacités du système (LPCTrap et détection) comparées pour l' ^8He (estimation) et l' ^6He (expérience 2008).

Ce tableau permet de conclure que, pour atteindre une précision de 0.5% sur a_{GT} en une semaine de prise de données, l'intensité du faisceau d' ^8He peut être un facteur 23 inférieur à celle de l' ^6He , c'est-à-dire $8.7 \cdot 10^6$ pps.

L'intensité requise est un facteur six supérieur à l'intensité actuellement disponible à SPIRAL [SP1-09]. Quoiqu'il en soit, celle-ci est suffisante pour effectuer des tests de faisabilité et une demande a été déposée de pouvoir disposer de ce faisceau dans la ligne LIRAT. Si l'accord est obtenu, des tests avec implantation dans une cible solide pourraient aussi être menés. Dans l'avenir, il est envisagé de produire le faisceau radioactif d' ^8He avec une grande intensité dans le projet SPIRAL2 [SP2-06]. L'expérience finale pourrait alors être menée dans le hall DESIR [Desi08].

IV.3. Mesure du paramètre a dans les transitions miroirs

Ce thème a été évoqué dans la partie I.3.7.3. Les transitions miroirs sont caractérisées par le fait que les nombres de protons et de neutrons s'échangent lors de la décroissance, ce qui se traduit par un recouvrement important des fonctions d'onde entre les noyaux père et fils. Ceci a pour conséquence que la composante de Fermi n'est pas négligeable dans ces transitions (voir tableau I.4). La mesure du paramètre de corrélation angulaire, a , permet de déduire précisément le rapport d'interaction ρ :

$$a = a_F p_F + a_{GT} p_{GT}$$

où a est la valeur mesurée du coefficient de corrélation;
 $a_F = 1$ (MS) et $a_{GT} = -1/3$ (MS);
 $p_F = (C_V/M_F)^2 / [(C_V/M_F)^2 + (C_A/M_{GT})^2] = 1 / (1 + \rho^2)$
 $p_{GT} = (C_A/M_{GT})^2 / [(C_V/M_F)^2 + (C_A/M_{GT})^2] = \rho^2 / (1 + \rho^2)$
 où $\rho = C_A/M_{GT} / C_V/M_F$

$$\rightarrow a = (1 - \rho^2/3)/(1 + \rho^2) \quad (IV.3)$$

La mesure de la valeur (ft) de la transition (équation I.3.15) permet alors d'obtenir des informations sur la composante de Fermi de l'interaction et, par ce fait, sur l'élément de matrice V_{ud} de la matrice CKM. Idéalement, on obtient :

$$V_{ud}^2 = \frac{2C_V^2}{G_F^2} = \frac{4.81410^{-5}}{G_F^2 |M_F|^2 (1 + \rho^2)(ft)}$$

En pratique, des corrections doivent être apportées sur différents termes pour tenir compte des effets radiatifs (δ_R , Δ_R), de structure (δ_{NS}), de brisure de symétrie d'isospin (δ_C) et de correction de forme lorsque l'approximation permise est relâchée (intégrale de Fermi : $f_A \neq f_V$) [Seve08, Navi09]ⁱ :

$$V_{ud}^2 = \frac{4.81410^{-5}}{G_F^2 |M_F^0|^2 (1 + \Delta_R)(1 + \frac{f_A}{f_V} \rho^2)(Ft)} \quad (IV.4)$$

où $F = f_V (1 + \delta_R)(1 + \delta_{NS} - \delta_C)$;
 $|M_F^0| = 1$ (voir I.3.7.3);
 $G_F = 8.9618 \cdot 10^{-5} \text{ MeV fm}^3$ [PDG08].

Une analyse de la situation actuelle a été réalisée par Naviliat *et al.* [Navi09]. Selon les décroissances et les données disponibles, la valeur de ρ est déterminée par la valeur du coefficient de corrélation angulaire β - ν ($a_{\beta\nu}$), du paramètre d'asymétrie β (A_β) ou du paramètre d'asymétrie du ν (B_ν). L'analyse effectuée sur cinq noyauxⁱⁱ pour lesquels un de ces paramètres a été mesuré a conduit au résultat suivant :

ⁱ Dans les références citées, la convention adoptée est différente de celle de ce travail : le terme ($G_F V_{ud}$) est remplacé par ($G_F V_{ud} C_V$) où $C_V = 1$.

ⁱⁱ ^{19}Ne , ^{21}Na , ^{29}P , ^{35}Ar , ^{37}K

$$|V_{ud}| = 0.9719 \quad (17) \quad (IV.5)$$

La précision obtenue est un facteur dix inférieur à celle obtenue avec les transitions superpermises ($|V_{ud}| = 0.97425$ (22)), mais elle est déjà du même ordre de grandeur que celle issue de l'étude de la décroissance du neutron ($|V_{ud}| = 0.9746$ (19)). Il est donc envisageable que l'on puisse améliorer sensiblement le résultat lié aux décroissances miroirs en mesurant précisément les coefficients de corrélation angulaire dans ces transitions.

Severijns *et al.* ont effectué une compilation exhaustive des paramètres expérimentaux connus (temps de vie, BR , P_{EC}) et des paramètres de corrections théoriques nécessaires à la détermination de (Ft) , jusqu'au ^{45}V [Seve08]. La figure IV.9, issue de ce papier, présente pour chaque noyau la part des incertitudes liée à chaque paramètre.

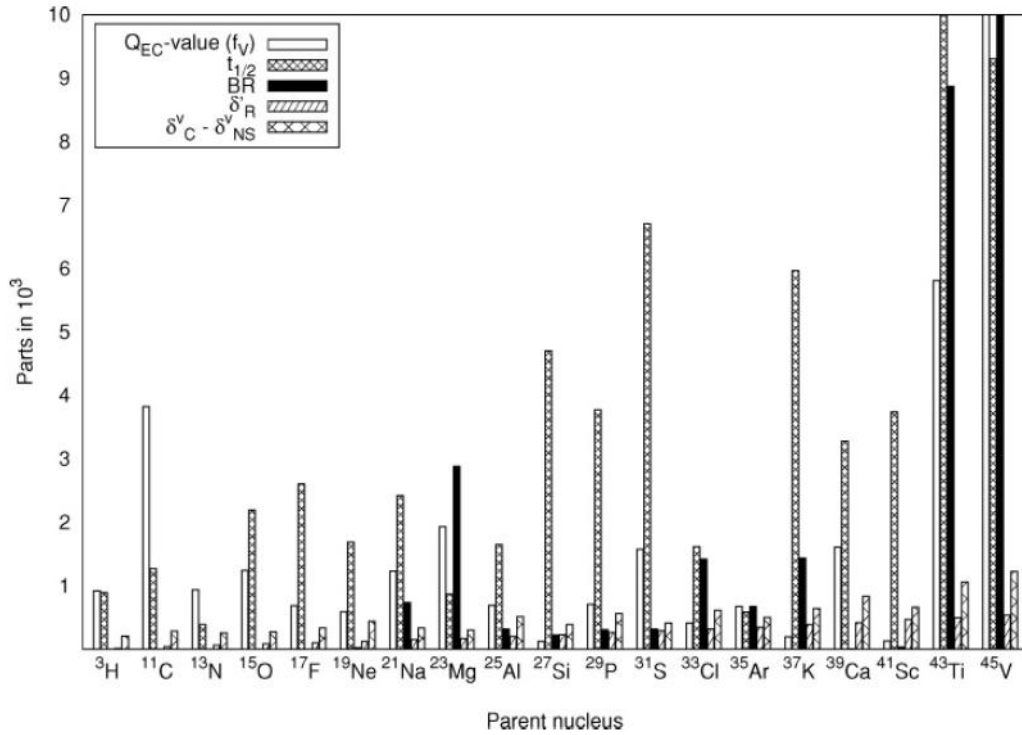


Figure IV.9: Part par millier des incertitudes des paramètres théoriques ou expérimentaux intervenant dans la détermination de (Ft) pour les transitions miroirs, de ^3H jusqu'au ^{45}V . (Figure issue de la référence [Seve08]).

Une conclusion tirée de ce graphe est que des mesures plus précises des temps de vie sont nécessaires pour pratiquement l'ensemble des noyaux, de manière à atteindre un niveau de l'ordre du ‰ pour ce paramètre.

Il est aussi possible de déterminer avec quelle précision minimale le paramètre de corrélation angulaire β - v de chaque transition doit être mesuré pour atteindre une précision donnée sur V_{ud} , en tenant compte uniquement de ce seul paramètre. Pour ce faire, seul le terme contenant ρ est conservé dans l'équation (IV.4) :

$$V_{ud}^2 = \frac{K}{(1 + \frac{f_A}{f_V} \rho^2)} \quad \text{où } K \text{ contient tous les autres termes.}$$

$$\rightarrow \frac{\sigma(V_{ud}^2)}{V_{ud}^2} = \frac{\sigma(\rho^2)}{\rho^2 (\frac{f_V}{f_A} \rho^{-2} + 1)}$$

Et, à partir de (IV.3) :

$$\frac{\sigma(\rho^2)}{\rho^2} = \frac{4\sigma(a)}{3a(2/3 + 1/3a - a)}$$

L'inversion des deux formules ci-dessus permet de déterminer la précision nécessaire sur a pour atteindre une précision finale sur $(V_{ud})^2$. Le tableau IV.2 reprend les valeurs calculées pour des précisions équivalentes à celle des transitions superpermises ($4.5 \cdot 10^{-4}$) et celle obtenue pour les cinq transitions miroirs analysées dans [Navi09] ($3.5 \cdot 10^{-3}$). Le calcul est effectué pour les noyaux compris entre le ^{19}Ne et le ^{45}V .

Noyau	f_A/f_V	ρ	a	$V_{ud}(0^+ \rightarrow 0^+)$			$V_{ud}(\text{mirrors})$		
				$\sigma(\rho^2)/\rho^2$	$\sigma(a)/a$	$\sigma(a)$	$\sigma(\rho^2)/\rho^2$	$\sigma(a)/a$	$\sigma(a)$
^{19}Ne	1.01428	1.5933	0.0435	0.06%	0.39%	0.0002	0.49%	3.02%	0.0013
^{21}Na	1.01801	-0.7034	0.5587	0.13%	0.07%	0.0004	1.04%	0.55%	0.0031
^{23}Mg	1.01935	0.5426	0.6967	0.20%	0.07%	0.0005	1.52%	0.51%	0.0036
^{25}Al	1.02373	-0.7973	0.4818	0.11%	0.08%	0.0004	0.89%	0.58%	0.0028
^{27}Si	1.02697	0.6812	0.5774	0.14%	0.07%	0.0004	1.08%	0.54%	0.0031
^{29}P	1.02231	-0.5209	0.7154	0.21%	0.07%	0.0005	1.61%	0.50%	0.0036
^{31}S	1.01951	0.5167	0.7190	0.21%	0.07%	0.0005	1.64%	0.50%	0.0036
^{33}Cl	0.98777	0.3076	0.8848	0.53%	0.06%	0.0006	4.09%	0.49%	0.0043
^{35}Ar	0.98938	-0.2841	0.9004	0.61%	0.06%	0.0006	4.73%	0.48%	0.0044
^{37}K	1.00456	0.5874	0.6580	0.18%	0.07%	0.0004	1.36%	0.53%	0.0035
^{39}Ca	1.00101	-0.6504	0.6036	0.15%	0.07%	0.0004	1.18%	0.54%	0.0033
^{41}Sc	1.03671	-1.0561	0.2970	0.08%	0.09%	0.0003	0.65%	0.73%	0.0022
^{43}Ti	1.03184	0.800	0.480	0.11%	0.08%	0.0004	0.88%	0.58%	0.0028
^{45}V	1.04112	-0.621	0.629	0.16%	0.07%	0.0004	1.22%	0.52%	0.0033

Tableau IV.2: Calculs des précisions minimales nécessaires sur la mesure de a dans les transitions miroirs du ^{19}Ne au ^{45}V , pour atteindre, sur $(V_{ud})^2$, la précision des transitions superpermises et celle correspondant à (IV.5). Les valeurs de f_A/f_V , ρ et a sont reprises de [Seve08].

Deux conclusions principales peuvent être tirées de ce tableau :

- des précisions inférieures au ‰ sont nécessaires pour atteindre la précision des transitions superpermises;
- les précisions requises pour atteindre la valeur (IV.5) sont comprises entre 0.5% et 0.7%ⁱ.

Les dispositifs actuels sont capables d'atteindre les deuxièmes valeurs. Des mesures systématiques dans plusieurs transitions, à ce niveau de précision, permettront de réduire sensiblement l'incertitude sur V_{ud} dans une analyse globale. C'est une première étape dans laquelle le groupe *Interactions fondamentales* du LPC-Caen désire s'engager. Les noyaux ^{19}Ne et ^{35}Ar sont produits à SPIRAL et peuvent être conduits dans la ligne LIRAT. Une étude de faisabilité de ces expériences devrait être effectuée prochainement au laboratoire. Des tests seront menés à GANIL pour adapter la ligne LPCTrap à ces noyaux en utilisant des faisceaux stables de $^{23}\text{Na}^{1+}$ et $^{39}\text{K}^{1+}$ produits par une source à ionisation de surface (voir III.3.2). L'effet des champs de piégeage est un paramètre important à considérer car les énergies de recul des noyaux fils sont particulièrement faibles ($T_R \sim 200$ et 450eV). Ce paramètre pouvant être limitant, une étude du piégeage magnéto-optique, du néon pour commencer, va être menée en parallèle en utilisant le dispositif disponible au LPC-Caen [Blie08]. Enfin, parmi les noyaux

ⁱ Pour le ^{19}Ne , la précision demandée est de 3%, mais la valeur à mesurer est pratiquement 0!

présentés dans le tableau IV.2, les isotopes ^{19}Ne , ^{21}Na , ^{27}Si , et ^{35}Ar sont prévus avec une grande intensité dans les objectifs scientifiques du projet SPIRAL2 [SP2-06]. Les expériences pourraient dès lors se tenir dans le futur hall DESIR [Desi08].

ANNEXE 1

A low energy facility for SPIRAL, Bordeaux, 13 mars 1998

Study of $\beta - \nu$ angular correlations in nuclear β decay

E. Liénard, G. Ban, Ch. Le Brun, F. Mauger, B. Tamain,
O. Naviliat-Cuncic (01/04/98), J. Szerypo (01/09/98)
L.P.C., I.S.M.R.A., Bd Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France

1 Motivation

For allowed β transitions, the weak interaction hamiltonian may be written as follows [1]:

$$H_{int} = \frac{G_w}{2} \sum_i (\bar{\Psi}_p O_i \Psi_n) [\bar{\Psi}_e O_i (C_i + C'_i \gamma_5) \Psi_\nu] + h.c. \quad \text{with } i = S, V, T, A$$

In this expression which is mainly a product of two separated currents (leptonic and hadronic), the operator 'O' acting on the wave functions can take several forms, which are not excluded by the initial theory. They are referred as Scalar-, Vectorial-, Tensorial- and Axial-interactions (S, V, T, A), depending on the way that the currents behave under different space transformations. The C_i and C'_i are the coupling constants of the different terms, the second one taking into account the parity violation in β -decay. Experiments performed at the end of the fifties have suggested that the vectorial and axial couplings were dominating in the weak interaction hamiltonian, and this fact has led to the values accepted today in the Standard Model : $C_V = 1$, $C_A = -1.25$, $C_S, C_T = 0$; $C_i = C'_i$ (maximum parity violation), C_i, C'_i real (Time-reversal invariance).

The physics called 'Physics beyond the Standard Model', tries to find deviations to this ideal pattern. By definition, the V -, A -, S - and T -interactions have different space symmetry properties and therefore angular correlation measurements are a sensitive way to test their relative contributions. For example, in the case of unpolarized nuclei, one can show that the angular distribution of the events depends on an angular correlation coefficient (a), which is related to the different coupling constants (C_i, C'_i) [2]. Choosing a pure transition, of Fermi or Gamow-Teller type, allows to get rid of the matrix elements and gives access separately to the contributions of the 2 exotic terms C_S and C_T to C_V and C_A respectively. The parameter 'a' influences the distribution of the events between the limits imposed by the kinematics and, for example, the recoil nucleus energy is revealed to be an observable very sensitive to this parameter. In 1963, the present best value on a_{GT} (0.3343 ± 0.0030) has been extracted from the energy spectrum shape of the recoil ions following the decay of ^6He nuclei [3]. This value leads to an upper limit of 9% on C_T/C_A . Recently, new methods have been developed to avoid the difficulty of directly

detecting the daughter nuclei which have a very low energy (~ 100 eV). They are based on the study of the recoil effects on the energy of γ 's or delayed particles emitted by the daughter nucleus. For the scalar interaction, the present best upper limit of 17% on C_S/C_V ($a_F = 1.016 \pm 0.018$) has been obtained using such a method. The experiment has been performed in 1993 with ^{32}Ar nuclei decaying to an excited state of ^{32}Cl , which is particle unstable [4].

Unfortunately, mainly for technical reasons, the methods used until now have not still improved the above present limits. Moreover, they don't allow to have access to the parameters, event by event, but only through a mean picture of the interaction. The project we would like to start consists of performing such precision measurements using an original method allowed by the present technique.

2 Experimental method

By nature, the precision measurements are delicate. The parameters are very close to the theoretical values, and the effects due to some tiny deviations are often inferred from statistical studies. This means that the precision measurements require a perfect control of the experimental data, and these data have to be obtained under conditions as optimized as possible. In this context, it seems obvious that in order to improve the present limits in a reliable way, the measurements have to be performed in a very clean environment, such as the one ensured by an electromagnetic trap. The basic idea of our project is to use a Paul trap in which the ions are confined by electric fields only, allowing to build it with a very simple structure, only made of wires [5]. Such a frame represents very few materials in the space, and then offers a large solid angle for a detection set-up, which can be installed all around the trap. Such a device gives the opportunity to perform the measurements under perfect conditions : the radioactive nuclei are in vacuum and well-localized in the center of a Paul trap ; the β 's and the recoil nuclei can be detected in coincidence with a 4π set-up in order to get the angular distributions on an event-by-event basis, and then to extract the correlation parameter 'a' using the different correlated observables directly measured. A Paul trap is actually under construction in L.P.C. (Caen, France).

3 Technical requirements

The measurement difficulty requires a pure radioactive beam without contaminants. Furthermore in order to properly inject the ions in the trap used on-line, the beam must be cooled and bunched. As a consequence, a *special line of beam purification and preparation* is absolutely needed. Whatever the intensity losses relative to the equipment used, the trap has to be loaded with its *maximum capacity* (10^4 - 10^5 ions), in order to optimize the statistics. This problem should be overcome at SPIRAL, the main characteristics of which are various exotic beams with high intensities. For our purpose, SPIRAL appears to be *an efficient source of interesting nuclei*, in spite of the restrictions imposed by the method used. In our case, the beam preparation and the ions confinement in the trap take time and limit the lifetime which can be considered (≥ 1 s). Moreover, the detection in coincidence of the β and the recoil nucleus imposes to have a pure decay with a branching of 100%

to the ground state of the daughter nucleus. This restriction strongly limits the number of candidates : up to about the mass 100, only 15 nuclei with a lifetime between about 1s and 1h1/2 comply with the previous condition. At the present time, two nuclei can be easily extracted among them. The first nucleus is ${}^6\text{He}$ which is a noble gas, certainly produced with a high intensity in the early phasis of SPIRAL. Moreover, the present best limit on C_T has been established in 1963 with this nucleus. The second nucleus is ${}^{26m}\text{Al}$ ($E_m=228\text{keV}$). It gives access to the other coupling constant (C_S), because its decay mode is purely of Fermi type. This nucleus has an interesting lifetime ($T_{1/2}=6.36\text{s}$), and it can be found in a list presented at the Bormio Conference in 94 giving some ions apt to be accelerated by SPIRAL [6]. It can then be considered today as a nucleus soon available at GANIL. With the SPIRAL project, we have then a priori the two nuclei we need to perform our precision measurements. Although the isomeric state of ${}^{26}\text{Al}$ should be separated from its ground-state ($R\sim 10^{-5}$), this peculiar characteristic adds a difficulty which can be avoided by choosing, for example, the ${}^{34}\text{Cl}$ nucleus ($T_{1/2}=1.526\text{s}$). Close to the stability line, this nucleus should be easily produced at SPIRAL. Of course the best candidates will be selected by simulations which are in progress in L.P.C.. These simulations are also needed to isolate the sensitive observables allowing the design of the detection set-up, and to infer the effect of the experimental filter.

The measurements proposed above are the first step of our project. Later, we would like to go further, and try to polarize the nuclei, which gives access to the tests of more fundamental properties as the parity or time-reversal invariances. These different topics stand for as many challenges, and they form a long-range research program.

References

- [1] See, for example, D.H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Amsterdam, third edition, chapter 7.
- [2] J.D. Jackson et al., Nucl. Phys. **4** (1957) 206.
- [3] C.H. Johnson et al., Phys. Rev. **132** (1963) 1149.
- [4] D. Schardt & K. Riisager, Z. Phys. **A345** (1993) 265 ; E. Adelberger, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 2856.
- [5] R.E. March & R.J. Hughes, *Quadrupole storage mass spectroscopy*, Wiley, New York, 1989.
- [6] D. Guerreau, XXXII International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio 1994, Ed. I. Iori, Milano, 1994, 254.

ANNEXE 2

International Conference on Nuclear Physics at Border Lines (NPBL)
Lipari, Italie, 21-24 mai 2001

STUDY OF β - ν ANGULAR CORRELATIONS IN NUCLEAR β DECAY

E. LIENARD, G. BAN, G. DARIUS, P. DELAHAYE, D. DURAND,
A. M. VINODKUMAR, F. MAUGER, O. NAVILIAT
LPC CAEN, IN2P3-CNRS, ISMRA, F-14050 Caen Cedex, France
E-mail : lienard@caelav.in2p3.fr

P. VAN HOVE
GANIL, CEA/DSM-CNRS/IN2P3, BP 5027, F-14076 Caen Cedex 5, France

New developments in ion cooling and ion bunching allow the trapping of radioactive ions from a low energy beam, in a very short time-scale and with very good efficiency. In the present work, we intend to use a RFQ device to inject ${}^6\text{He}^+$ ions in a transparent Paul trap in order to study the β decay spectrum. The ion beam will be delivered by the future low energy beam line of the SPIRAL facility at GANIL. The cooling of the beam before injection into the trap will be achieved by the use of a H_2 buffer gas in the RFQ, for which simulations give a 10% transmission. In the Paul trap, the ions will be in vacuum and nearly at rest, allowing a careful measurement of the β - recoil ion coincidence spectrum. These data will be sensitive to the angular correlation parameter “a”, which depends on the coupling constants of the weak hamiltonian. It should be equal to $-1/3$ if the interaction is only of Axial vector type (V-A theory). Deviation from this value would imply a new Tensor-like interaction leading to new physics beyond the Standard Model.

1 Motivation

For allowed β transitions, the weak interaction hamiltonian may be written in terms of five Lorentz invariants referred to as Scalar-, Vector-, Tensor-, Axial and Pseudoscalar-interactions (S , V , T , A , P) [1]. The relative strength of these interactions are characterized by the coupling constants C_i and C'_i ; the second ones take into account the parity violation in β decay. Data suggest a strong dominance of the V- and A-couplings. In the Standard Model, $C_V = C'_V$ and $C_A = C'_A$ (maximum parity violation), $C_S = C_T = C_P = 0$, C_i and C'_i are real (time-reversal invariance).

Any deviation from this pattern would imply new physics beyond the Standard Model. In the case of unpolarized nuclei, one can show that the angular distribution of the events depends on a coefficient ‘a’ related to the coupling constants [2]. Choosing a pure transition, of Fermi (F) or Gamow-Teller (GT) type, gives access separately to the contributions of the exotic terms C_S or C_T respectively. The value of ‘a’ influences the distribution of the events within the limits imposed by the three-bodies kinematics. The recoil nucleus energy is revealed to be an observable very sensitive to this parameter. The present best value on a_{GT} (-0.3343 ± 0.0030) was extracted from the energy spectrum shape of the recoil ions following the decay of

${}^6\text{He}$ nuclei [3]. This value leads to an upper limit of 13% at the 95 % C.L. on $|C_T/C_A|$ [4]. Recently, new methods were developed to avoid the direct detection of the daughter nuclei which have a very low energy ($\sim 100 \text{ eV} - 1 \text{ keV}$). They are based on the study of the recoil effects on the energy of γ 's or delayed particles emitted by the daughter nucleus. For the scalar interaction, the present best upper limit of 12% on $|C_S/C_V|$ was obtained using such a method. The experiment was performed with ${}^{32}\text{Ar}$ nuclei decaying to a particle unstable excited state of ${}^{32}\text{Cl}$ [5]. Several projects are in progress around the world and we can expect that the present limit on the scalar interaction will be still improved in a near future.

We propose to search for Tensor type contribution, using a new method. Simulations have shown that the sensitivity to 'a' was maximal for an angle between the β and the recoil ion greater than 150° [6]. To select this region we must measure β -recoil ion coincidences, and this imposes to perform the experiment in a matter free environment such as the one ensured by a Paul trap [7]. This device gives the opportunity to perform the measurements under favourable conditions because the ions are in vacuum, well localized and nearly at rest. In this context the ${}^6\text{He}$ seems to be an excellent candidate, mainly for the following reasons : this is a pure decay from g.s. to g.s. (measurement of the exact kinematics), with a high Q-value ("high" maximum recoil energy of 1.4 keV), long lifetime (preparation of the beam) and possible high production rate. To be trapped, the ions coming from the production source must be nearly thermalized and this will be performed by a special beam handling system called a RFQ cooler-buncher [8]. This ion cooling device is able to slow down ions from few keV to less than 1 eV in some hundreds of μs while keeping a reasonable beam emittance.

2 The RFQ cooler - buncher

The injection of ${}^6\text{He}$ from the future low energy beam line of SPIRAL (GANIL) to the Paul trap requires specific attention since ions are trapped with nearly thermal energy and have then to be decelerated by several tens of keV. The assumed characteristics of the beam ($10^9/\text{s}$ ${}^6\text{He}^+$ at 30 keV, emittance : $80\pi.\text{mm.mrad}$) impose the use of a cooling device in order to avoid a prohibitive spreading of its emittance. A RFQ cooler-buncher is now under operation at LPC Caen [9].

At the entrance of the system, the ions are slowed down to 100 eV by a focalization electrode which avoids a complete loss of the beam when it is decelerated. The RFQ itself consists in 4 segmented rods connected at RF potentials which ensure a radial confinement of the beam. DC potentials set on the segments create a well in the axial direction, and allow the bunching of the ions at the end of the device. Finally the cooling of the ions is achieved by their collisions with a buffer gas which is introduced in the RFQ.

Such devices are also in operation at JYFL (Finland) and ISOLTRAP (CERN) [10]. They work well with a transmission efficiency close to 100 % when the mass of the gas is much lower than the ion mass. Unfortunately, in our case, the ion is already very light (${}^6\text{He}$) and the only possibility for the buffer gas is hydrogen. Microscopic Monte Carlo simulations give a transmission efficiency of 10 %, with a mean transit time of the order of 200 μs [11]. Figure 1 shows the results of the simulated cooling process, for ${}^6\text{He}^+$ on H_2 buffer gas, with the incoming beam parameters given above. The smooth operation of the RFQ in normal conditions (N_2 ions with He buffer gas) has already been tested. The tests with H_2 buffer gas and lighter ions are presently in progress.

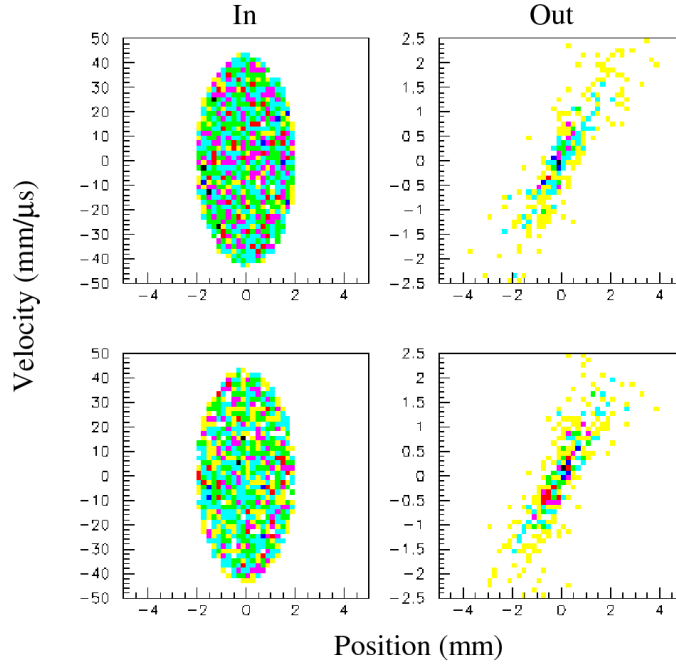


Figure 1. Results of the simulated cooling process. The velocity distribution of the simulated events is presented versus the positions in X (top) and Y (bottom) directions. The pictures on the left (resp. right) show the transverse phase space of the beam at the entrance (resp. exit) of the cooler. A clear reduction of the velocity distributions is observed.

3 The transparent Paul trap and the detection set-up

The transparent Paul trap consists of two end cap electrodes and a transparent ring made of thin wires ($\varnothing \sim 100 \mu\text{m}$). Such a frame minimizes the amount of material, and then offers a large solid angle for a detection set-up, which can be installed all around the trap. Simulations have been performed and allowed to infer that :

a) The injection efficiency from the buncher is of the order of 10 % ; b) The ion cloud has a width of the order of 2 to 5 mm. The effects of this width on the parameters of the experiment are being studied. Several trap sizes are tested to reduce the width as much as possible ; c) The fraction of β scattering on ring wires (\varnothing 20 μ m) is less than 1 %.

The RF applied on the trap will perturb the trajectory of the ion. In order to obtain good reconstruction of the kinematics, two methods are investigated. Firstly, the RF potentials may be shut down when the relativistic electron is detected. This cut should be performed within 100 ns. Secondly, the phase of the RF may be recorded allowing an off-line reconstruction of the ion trajectory with the help of simulations.

The experimental set-up will consist of two detectors placed back to back and at distances according to the sensitivity requirements of the experiment as discussed in section 1. The three parameters of the experiment easily reachable are the energies of the β and the recoil ion, and the relative angle between them. The β will be detected with a telescope made of a position sensitive silicon detector followed by a thick lithium drifted silicon detector. The ion will be detected by a micro-channel plate, its energy being obtained by a time-of-flight referenced to the fast β signal. A delay-lines anode will be used to get the detection position of the ion. Some tests on the detection set-up have already been performed. For the ion detector, a spatial resolution of about 100–200 μ m has been reached. Presently the response functions of the silicon detectors are studied, as well as the efficiency of the micro-channel plate to low energy ions.

In principle, the tests and simulations of the whole set-up should be achieved by the end of year 2002. At the same time, the low energy beam line at GANIL should be built. First on line measurements are expected during 2003.

References

1. Boothroyd A.I. et al., *Phys. Rev. C* **29** (1984) pp. 603–617.
2. Jackson J.D., Treiman S.B. and Wyld H.W., *Nucl. Phys.* **4** (1957) pp.206–212.
3. Johnson C.H. et al., *Phys. Rev.* **132** (1963) pp. 1149–1165.
4. Glück F., *Nucl. Phys. A* **628** (1998) pp. 493–502.
5. Adelberger E., *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) pp. 1299–1302.
6. Ban G. et al., *LPC Caen report* LPCC-99-16 (1999) unpublished.
7. Zhao W. Z. et al., *Hyp. Int.* **108** (1997) pp. 483–495.
8. Lunney M.D. and Moore R.B., *Int. J. Mass Spec.* **190** (2000) pp. 153–160.
9. Delahaye P. et al., *Hyp. Int.* (2000) in press.
10. Kellerbauer A. et al., *CERN-EP/2000-048*.
11. Szerypo J. et al., *LPC Caen report* LPCC-99-18 (1999) unpublished.

ANNEXE 3



Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 551 (2005) 375–386

NUCLEAR
INSTRUMENTS
& METHODS
IN PHYSICS
RESEARCH
Section A

www.elsevier.com/locate/nima

Performance of a micro-channel plates position sensitive detector

E. Liénard*, M. Herbane¹, G. Ban, G. Darius, P. Delahaye², D. Durand, X. Fléchar, M. Labalme, F. Mauger, A. Mery, O. Naviliat-Cuncic, D. Rodríguez

Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen, IN2P3-ENSI, 6, Bd Maréchal Juin, F-14050 Caen Cedex, France

Received 17 June 2005; accepted 26 June 2005

Available online 21 July 2005

Abstract

The absolute detection efficiency of large area micro-channel plates (MCPs) detectors has been measured with ${}^6\text{Li}^+$ and ${}^{23}\text{Na}^+$ ions in the 0.5–7.5 keV energy range. Two detectors of 47 mm and 83 mm active diameter have been tested. They consist in a pair of MCPs mounted in a chevron configuration with delay line anodes for position readout. The efficiency saturates above 3000 eV, reaching a value of 52.3(3)%, consistent with the MCPs geometry. The behaviour of the efficiency with respect to the ion kinetic energy is ascribed to the electronic threshold, through a detailed analysis of the collected charge distribution. The efficiency dependence on the ions impact position and incidence angle has also been studied. A loss of efficiency has been observed in the vicinity of the MCPs bias angle, which can be avoided if a large post-acceleration field is created in front of the MCPs. Finally the study of a position calibration is presented. A position resolution of 110(26) μm has been achieved.

© 2005 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 07.77.Ka; 29.40.Gx

Keywords: Micro-channel plate; Absolute detection efficiency; Efficiency dependence on impact position and incidence angle; Charge distribution; Position resolution

1. Introduction

Micro-channel plates (MCPs) detectors are frequently used in the scope of radiation beam imaging and atomic collision processes. They enable single hit counting with durations in the nanosecond range, and they are unique to detect heavy ions in the keV energy range. This is for instance the case in precision β -decay experiments

*Corresponding author. Tel.: +33 231 452420; fax: +33 231 452549.

E-mail address: lienard@lpccaen.in2p3.fr (E. Liénard).

¹Present address: IKS-Leuven, B-3001 Leuven, Belgium.

²Present address: ISOLDE-CERN, CH-1211 Geneva, Switzerland.

where recoiling ions are detected in coincidence with the β particles [1,2]. Such experiments are performed with low intensity exotic beams, and require therefore a large detection solid angle. In addition, the system must be position sensitive to determine the angle between the directions of the recoiling ion and the β particle. The measurement requires the control of the dependence of the ion detector efficiency on the impact position, the angle of incidence and the energy of the recoiling ion.

The MCPs detection efficiency is known to be a complicated function of the energy, the mass, the electric charge and the incident angle of the detected particle, as well as the bias voltage and the physical characteristics of the MCPs [3]. It has also been shown that the detection efficiency becomes independent of the ion mass, energy and charge when the discriminator threshold is properly chosen and the energy of the particle is larger than a few keV [4,5]. The main difficulty in the measurement of the absolute detection efficiency is the determination of the very low incident currents. For counting rates larger than about 10^9 counts/s/m², the detection efficiency decreases due to the non-vanishing time constant needed to transport electrons from the power supply to the depleted channels [6,7]. Higher currents can also damage the MCPs.

Results of tests performed with several ions, in different charge states and using various MCPs, are available in the literature [4,5,7–10]. Different measuring methods have been implemented. For instance, Oberheide and Brehm have used a photoelectron–photoion coincidence technique [7,8], while Gao has sent alternatively the ions to the MCPs and to a femtoampere sensitive Faraday cup [10].

In this paper, we present new measurements of the detection efficiency of large surface MCPs, performed with $^6\text{Li}^+$ and $^{23}\text{Na}^+$ ions under different experimental conditions. An original characteristic of the set-up consists in the use of a transmission grid placed in the path of the ion beam to continuously measure the incident current. This provides an on-line control of the possible fluctuations of the current. The tested detectors, delivered by Roentdek [11], are two

position sensitive systems, for which a 100 μm position resolution is expected. A study of the position resolution and linearity on the whole surface has been performed and is also presented in this paper.

2. Experimental set-up

The experimental set-up used to measure the ion-detection efficiency of the MCPs is shown schematically in Fig. 1. A thermoionic source (S) of selected elements produces singly charged ions ($^6\text{Li}^+$, $^{23}\text{Na}^+$) with a tunable energy from 500 to 3500 eV. The ion beam passes through a 4 mm diameter collimator (C) and crosses a 10% transmission grid (MG) sandwiched between two 90% transmission grids (not drawn on the scheme). The ion current is read out from the central grid MG. This grid, in nickel, has a lattice structure of 1000 lines per inch. The outer grids are grounded to isolate MG from other elements. A removable Faraday cup (FC) of 10 mm diameter located 15 cm downstream from MG is used for calibration purposes. Two other 10% transmission grids (A) are placed at 12.5 mm and 20.5 mm from the detector. They are used to prevent incident currents to go beyond the saturation limit of the detector and, thus, to avoid sharp decreases of the detector efficiency and its possible damage. A last grounded grid of 90% transmission (PG) is placed 3 mm upstream from the MCPs. This grid enables one to produce a uniform electric field between PG and the MCPs when the front area of the detector is polarized. This provides a post-acceleration region particularly important to detect ions of sub-keV energy. The grounded grid PG also allows

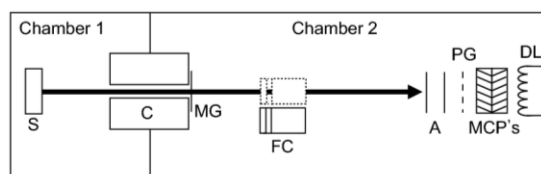


Fig. 1. Scheme of the experimental set-up. S: source; C: collimator; MG: monitoring grid; FC: faraday cup; A: attenuators; PG: post-acceleration grid; MCP's: micro-channel plates; DL: delay-line anodes. The drawing is not to scale.

the ions to move in a field free region before reaching the post-acceleration region.

The detectors presented here have active diameters of 47 mm (DLD40) and 83 mm (DLD80) [11]. For each system, two MCPs are mounted in a chevron configuration. The MCPs have a pore diameter of $25\text{ }\mu\text{m}$ spaced by $32\text{ }\mu\text{m}$, a bias angle of $7^\circ \pm 2^\circ$, and channels with length to diameter ratio $L/D = 60:1$. Their geometrical open area ratio is thus of the order of 50%. They are followed by delay line anodes for position encoding. The electrons produced and multiplied in the channels are accelerated towards the anodes by an appropriate electric field. The electron avalanche induces signals on conducting wires rolled up in X and Y directions. The position in one direction is deduced from the propagation time difference of the signals until the two ends of the corresponding wire [11]. Two independent power supplies are used to polarize the detector. The one giving the most negative voltage is directly connected to the front face of the MCPs via a charge resistor. The less negative voltage is supplied to the anodes. The voltages provided by the two power supplies are distributed along the different parts of the detector system via a resistor chain. The configuration yields 2200 V between the two MCPs, which is still below the maximum given in the specifications (2500 V).

The detector system is mounted on a flange which enables horizontal translation and vertical rotation (see Fig. 2), enabling one to study the

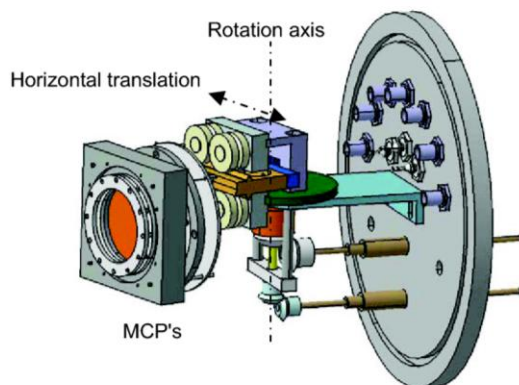


Fig. 2. MCPs detector mounted on the test flange.

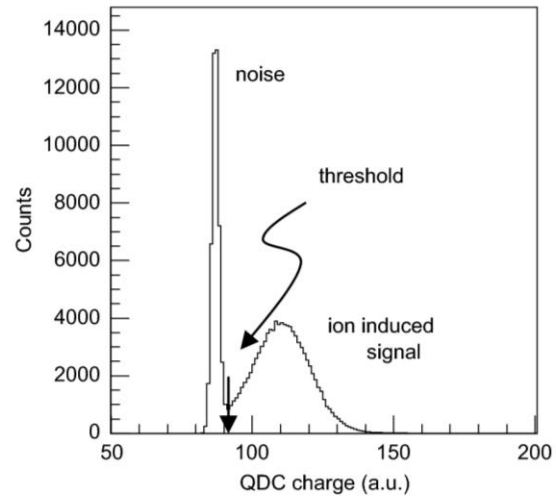


Fig. 3. Typical QDC spectrum showing the separation between the ion signal and the noise.

dependence of the detection efficiency on the position and angle of incidence of the ion beam.

The electric signal induced on the detector is picked up from the rear face of the MCPs, and is split into two parts. One signal is amplified 10 times and sent to a charge-to-digital converter (12 bits-QDC). The other signal is amplified by a factor of 100 and sent to a fast discriminator. The threshold of the discriminator is fixed from the QDC spectrum where the ions signals can be separated from the noise (see Fig. 3). The output logical signal is used to generate a common gate in the QDC and a common start in a high-precision time-to-digital converter (12 bits-TDC, 100 ns range).

The four signals generated by the delay-line anodes are amplified by a factor of 100 and converted to logical signals by fast constant fraction discriminators (CFD). They provide four individual stops to the TDC.

3. Absolute detection efficiency

3.1. Measuring procedure

For each measurement, the ions energy and current from the source are fixed. To extend the

energy of the incident ions, the front voltage of the MCPs is scanned from -50 to -4000 V, and the rear voltage is adapted to keep the MCPs operating with the same voltage difference (2200 V). The energy of the ions reaching the MCPs is then the sum between their initial kinetic energy (500 – 3500 eV) and the energy gained in the post-acceleration region. The current transmitted by MG is typically tuned to 0.05 pA. This limits the counting rates on the MCPs to a few kHz after attenuation by the grids A (see Fig. 1). With a beam spot size on the detector of about 10 mm diameter, such counting rates do not saturate the channels of the first MCPs stage as it is clearly seen in Fig. 4. The total number of MCPs signals (N_s) is counted with a scaler. A clock gives the duration of the measurement (τ) with a precision of 10 ms. The current monitored by MG is controlled during the measurement and the extreme values reached are noted to get an estimate of its uncertainty. Finally the detector noise is measured at the beginning and at the end of a complete series of measurements. It is found to be approximately 6 counts/s (DLD40) and 16 counts/s (DLD80) with the chosen discriminator level.

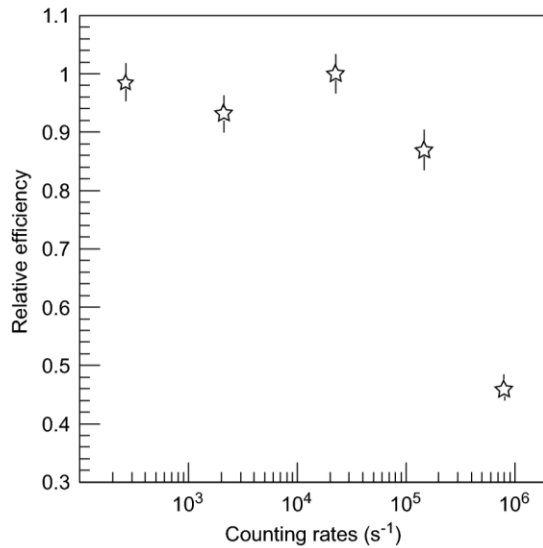


Fig. 4. Relative efficiency vs. the counting rates obtained with a beam spot of about 10 mm diameter.

At the end of a voltage scan, the relation between the current monitored by the grid (I_G) and the real current is measured by the removable Faraday cup (FC). For this purpose it is necessary to increase the beam current in the range of a few tenths of pA to a few pA, in order to reach the sensitivity threshold of the FC. To increase the current only the heating of the source is modified, which keeps the source operating in similar conditions as with the MCPs. Fig. 5 presents the beam profile as measured by the FC. With this profile, a beam spot diameter of 7 mm is deduced at the FC location, which is consistent with the 10 mm measured on the detector. Such a result ensures that the whole beam can be easily captured by FC.

A linear relation is found between the transmitted current and the one measured by the monitoring grid, and this relation is used to extrapolate the real current during the detector efficiency measurement. The slope of the straight lines (a_{GF}) decreases when the energy of the ions from the source is increased. It shows variations of about 25% when the energy of the source is changed from 500 to 3500 eV. This is consistent

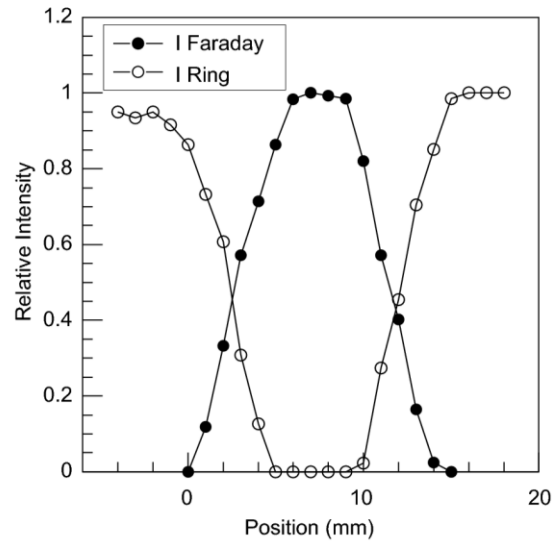


Fig. 5. Beam profile measured by the removable Faraday cup (full circles). Open circles are the measurement of the current on the isolated ring located at the entrance of the FC. The beam spot has a diameter of about 7 mm.

with the fact that for ions in the keV energy range, the number of secondary electrons produced by collision on metals increases with the energy of the incident ion [12]. This explains the larger “extra” current measured on the grid when the ion energy increases.

The transmissions (T_1 , T_2) through the attenuation grids (A) have been precisely measured using a He–Ne laser and a photodiode. The whole surface was scanned with a step of 10 mm and the transmission in any point was interpolated by a correlation method. The mean transmission of the first grid is 15.5%, with absolute variations less than 1% on its surface. For the second one the mean value reaches 14.5% with the same variations, except near an edge where the transmission is around 10%. These results were confirmed using an ion beam (Na^+) and two Faraday cups. For each detection efficiency measurement, the impact position of the ions on the MCPs is deduced from the beam picture built with the delay line signals (Section 4). This enables one to fix the values of T_1 and T_2 .

The number of incident ions (N_i) on the MCPs can be obtained from the relationship

$$N_i = 0.9 T_1 T_2 a_{\text{GF}} I_G \tau$$

where T_1 , T_2 , a_{GF} , I_G , τ were defined above, and 0.9 is a factor due to the transmission through PG. The absolute detection efficiency, ε_{abs} , is simply the ratio between the number of detected ions (N_d) and N_i :

$$\varepsilon_{\text{abs}} = N_d / N_i = (N_s - N_n) / N_i$$

where N_n is the number of counts due to the noise.

3.2. Results and discussion

Fig. 6 shows the absolute detection efficiencies of the MCPs for $^{23}\text{Na}^+$ and $^6\text{Li}^+$ ions as a function of their total kinetic energy. The voltage of the source was fixed at 500, 1000, 2000, 3000 and 3500 V in the case of $^{23}\text{Na}^+$ and at 500 and 1000 V in the case of $^6\text{Li}^+$.

The main contributions to the final uncertainty at each value of the ion kinetic energy are the uncertainty in the determination of T_1 and T_2 with a relative value of 3%, the uncertainty in the

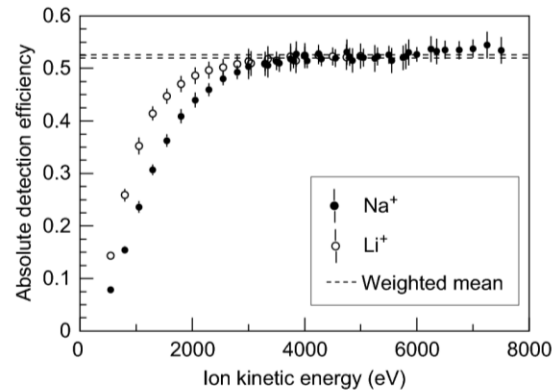


Fig. 6. Absolute detection efficiency as a function of the kinetic energy of the ions incident on the MCPs.

determination of a_{GF} with a relative value of 2% and the current fluctuations with about 1% relative uncertainty. These contributions are summed quadratically.

The MCPs efficiency is well known to saturate above a certain energy, reaching a plateau region [5,9,10]. By taking the weighted mean of the different measured efficiencies in the region between 3500 and 7500 eV, one obtains

$$\varepsilon_{\text{abs}} = (52.3 \pm 0.3)\%.$$

This value is consistent with the geometrical open area of the MCPs [11] (Section 2).

As shown in Fig. 6, the plateau is reached at lower energy for Li^+ (~2500–3000 eV) than for Na^+ (~3000–3500 eV). This behaviour has already been observed and is interpreted as due to ion-induced secondary electron emission [3–5,8,13]. This emission is commonly described in terms of two processes: (1) the potential emission related to the ion-charge state, and (2) the kinetic emission, which arises from the direct transfer of the ions kinetic energy. Above some 10^5 m/s (~300 eV for $^6\text{Li}^+$), kinetic emission has been shown to be the dominant effect, with an electron yield produced in this process depending on the velocity rather than on the ion-kinetic energy [3]. The gap observed between the two curves of Fig. 6 tends to favour such a process.

In our experiments, the electrons distributions are measured using a QDC. Fig. 7 shows the

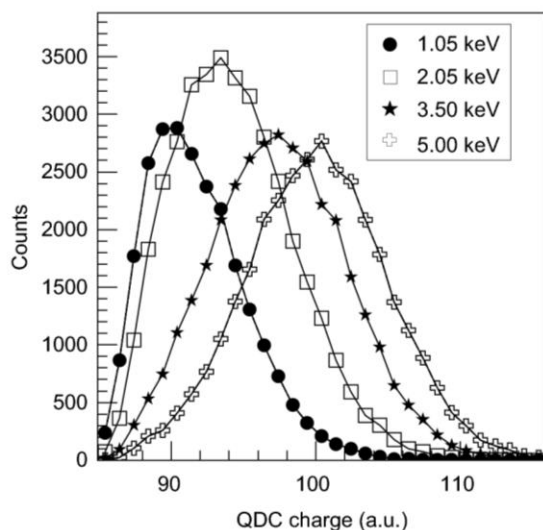


Fig. 7. Evolution of the electron signal distributions for different kinetic energies using $^{23}\text{Na}^+$ ions. The lines connecting the points are to guide the eyes.

charge distributions measured for different total kinetic energies with $^{23}\text{Na}^+$ ions.

As shown below, the low energy behaviour of the curves in Fig. 6 can be related to the threshold imposed by the discriminator. The asymmetry observed in the charge distributions at low energy (see Fig. 7) is attributed to the electronic threshold. All the experimental distributions were then adjusted with Gaussian-like functions, with fits performed on the right sides of the distributions. The results are shown in Fig. 8.

At a given ion energy, the relative efficiency of the MCPs with respect to the absolute detection efficiency at the plateau can be computed as the ratio between the number of counts contained in the experimental distributions shown in Fig. 7 and the area of their corresponding Gaussians of Fig. 8. The results obtained with this method (see Fig. 9) are consistent with the data of Fig. 6, normalized to the value at the plateau.

The mean values of the Gaussian distributions (μ) are related to the mean yields of ion-induced secondary electrons. These mean values are plotted as a function of the ion velocity in Fig. 10. A similar behaviour has been observed by Oberheide [8] and Meier [14], who have described the velocity

dependence of the yield (Y) in terms of the Parilis–Kishinevskii model [15]:

$$Y = av \tan^{-1}[b(v - v_0)]$$

where v is the ion velocity, v_0 the threshold velocity and a , b are coefficients which depend on the ion species. For v much larger than v_0 , this relation becomes linear with the velocity. To fit our data with the Parilis–Kishinevskii relation, an arbitrary constant has been added to account for the non-calibration of the experimental mean values. This operation is not restrictive for our purpose because only the shape is relevant. This description is consistent with our data as shown in Fig. 10 where the full line is the result of the fit.

In conclusion, the consistency observed in our analysis is in favour of a close relation between the discriminator threshold and the energy behaviour of the detection efficiency. To maximize the latter independently of the incident ions energy, the front face of the MCPs has to be polarized at some -4000 V depending somewhat on the noise level of the apparatus. In any case, a charge distribution analysis seems to be an interesting method to control the global detection efficiency.

3.3. Position dependence of the efficiency

As mentioned in Section 2, the detector can be moved in a direction perpendicular to the ion beam. This enables one to determine the absolute detection efficiency at different positions on the detector area. Fig. 11 shows the results normalized to their weighted mean. The positions indicated on the horizontal axis correspond to the centres of the beam spot (10 mm diameter) and vary from -18 mm to $+17$ mm (DLD40).

The measured values are consistent with each other within the error bars. The largest decrease (3.5%) is observed for the highest position where the error bar is also the largest. This error is induced by the uncertainty on the transmission of the second attenuation grid, which shows strong variations in that direction (Section 3.1). One can conclude that the efficiency variation with the impact position on the MCPs is smaller than 2% (at 95% CL).

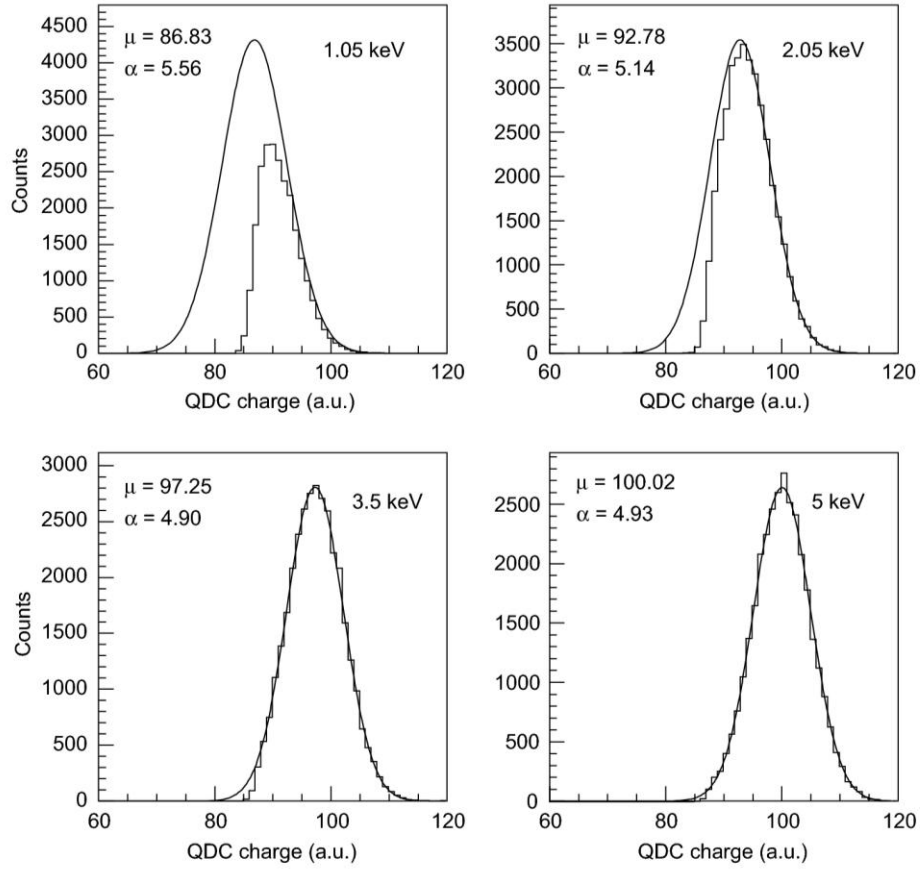


Fig. 8. Results of Gaussian fits performed on the distributions of Fig. 7. μ is the mean-value and σ the standard deviation (see text for details).

3.4. Efficiency variations with the incidence angle

The detection efficiency is known to depend on the angle of incidence of the ion on the MCPs [3,10]. As mentioned in Section 2, the detector can be rotated with a span including the $(7 \pm 2)^\circ$ bias angle of the MCPs channels (see Fig. 2). Two cases have been studied, with the voltage at the source either larger or smaller than the front MCPs voltage.

Fig. 12 shows the evolution of the relative detection efficiency with the rotation angle. In the upper panel of the figure, the extraction voltage of the source was 3500 V (V_s) and the front face of the detector was polarized to -100 V (V_g). The

angle was scanned from -20° to $+12.5^\circ$. A noticeable decrease of the efficiency is evident for large positive angles around the orientation of the channels. Our mechanical system only enables one to observe a mean qualitative effect. On the one hand the beam spot is large and the beam is not parallel. On the other hand, the mechanical precision of the rotation angle is limited to 2.5° . However, the effect is obvious.

The lower panel of Fig. 12 shows a similar measurement, but with V_s tuned at 500 V and V_g set at -3500 V. The decrease at large angles has been strongly reduced. This behaviour is explained by the high voltage applied to the front MCPs. The high electric field deviates

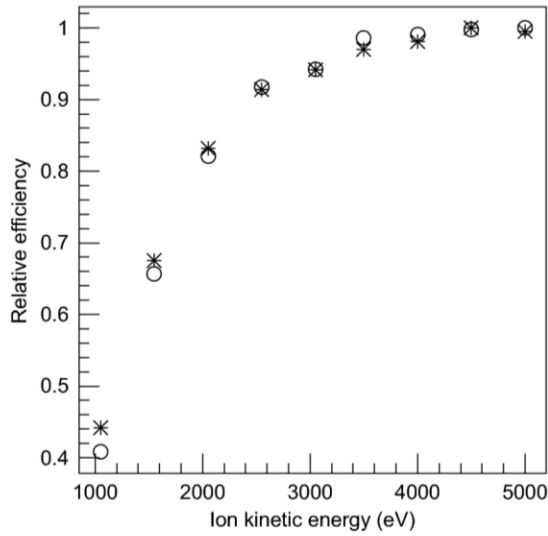


Fig. 9. Relative efficiency versus the ion kinetic energy deduced from the data of Fig. 6 normalized to the value at the plateau (stars) and from the fits of Fig. 8 (circles). A good agreement is observed.

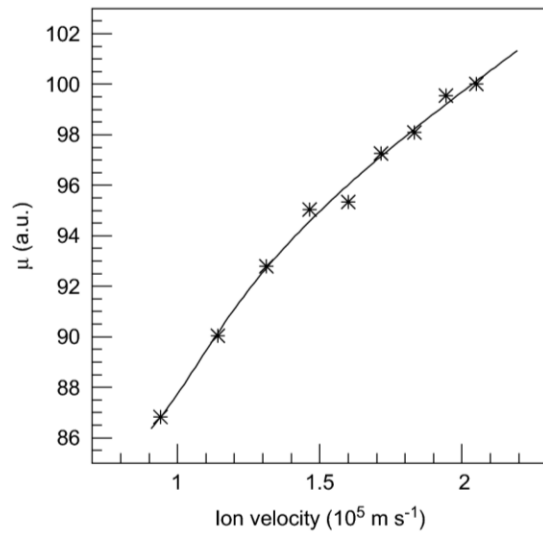


Fig. 10. Mean values of the Gaussian distribution plotted vs. the ion velocity. The full line is a fit performed with the Parilis–Kishinevskii relation.

the ions from their initial trajectory and forces them to hit the MCPs at nearly normal incidence.

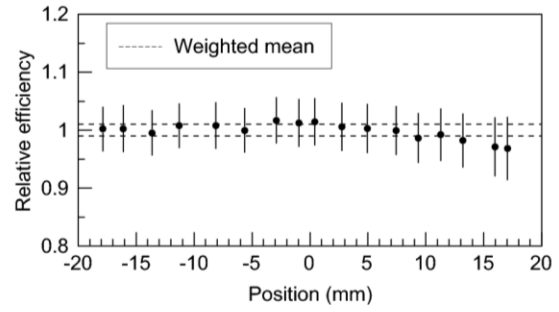


Fig. 11. Relative detection efficiency as a function of position.

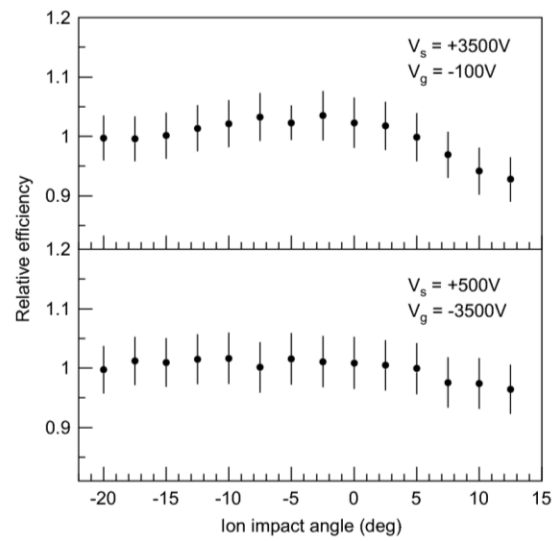


Fig. 12. Relative detection efficiency as a function of the ion impact angle with a source voltage larger than the front voltage of the MCPs (upper panel) and the reverse case (lower panel).

As suggested in Section 3.2, the charge distribution of the data showing a lower efficiency should present a threshold cut. Such an effect is visible in Fig. 13, where the charge distribution is plotted for the two voltage tunings and for 12.5° ion impact angle. An asymmetry is obvious when V_g is set to -100 V, while the distribution is more symmetric in the other case.

In conclusion, all the results are in favour of the use of a high post-acceleration voltage to avoid any angle effect.

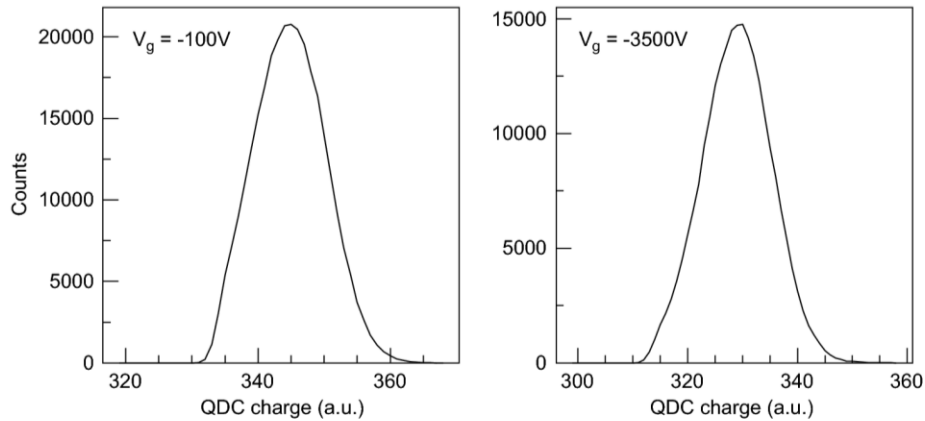


Fig. 13. Charge distribution at 12.5° impact angle for two voltage tunings.

4. Position accuracy and resolution

4.1. PSD operation

The position encoding uses wires rolled in two orthogonal directions. They are held at a positive potential relative to the rear side of the MCPs to attract the electrons induced by the ion impact. Two equivalent parallel wires are used for each direction [11]. A voltage difference of 50 V is imposed between the two wires. The electrons coming from the rear MCPs induce the signal in the wire at higher voltage while the other serves as a reference to remove the common noise generated in the line pair. At both ends the signal is obtained by taking the difference between the signals of the line pair. The differences are obtained by RF transformers directly mounted on the detector and having a bandwidth between 750 kHz and 400 MHz.

Four signals are then picked up on the anode, two per delay line. They are shaped by discriminators and sent to the individual stops of the time to digital converter (TDC), commonly started by the MCPs signal (t_{MCP}). The signals arrival times tx_1 , tx_2 for one dimension and ty_1 , ty_2 for the other, are encoded in 12 bits within a range of 100 ns. The positions X , Y are simply deduced from the relations

$$X = tx_1 - tx_2$$

$$Y = ty_1 - ty_2.$$

Because the delay lines have fixed lengths, the sums of the arrival times are constant. The sums ($tx_1 + tx_2$) and ($ty_1 + ty_2$) are presented in Fig. 14(b) and Fig. 14(c), obtained with Na^+ ions incident on the DLD80 detector. The ions are extracted at 1 keV from the source and post-accelerated with a -4000 V potential. The spectra show picked distributions with FWHM smaller than 500 ps. This value leads to a time resolution better than 200 ps for all the signals tx_1 , tx_2 , ty_1 , ty_2 , and t_{MCP} , assuming their resolutions are identical. Fig. 14(a) shows the image built from X and Y , with a 32 compression factor imposed on the original channels. In this spectrum, a channel corresponds to about 413 μm , and the beam spot has a width of about 10 mm.

4.2. Measuring procedure

A mask with 52 small holes, 5 crosses and a bar was mounted in front of the detector. The holes have a diameter of 1.00(5) mm. They are located in the corners of adjacent squares with 10 mm distance. A factory limit of 60 μm was allowed for the 4 central holes and it can reach about 150 μm at the edge. The crosses are 18 mm long with their tips rounded. Their width is 2.00(5) mm. One is located at the centre of the mask and the others diametrically opposed along the X and Y axes. Finally the bar is 14 mm long with rounded tips and 2.00(5) mm wide. The mask has been

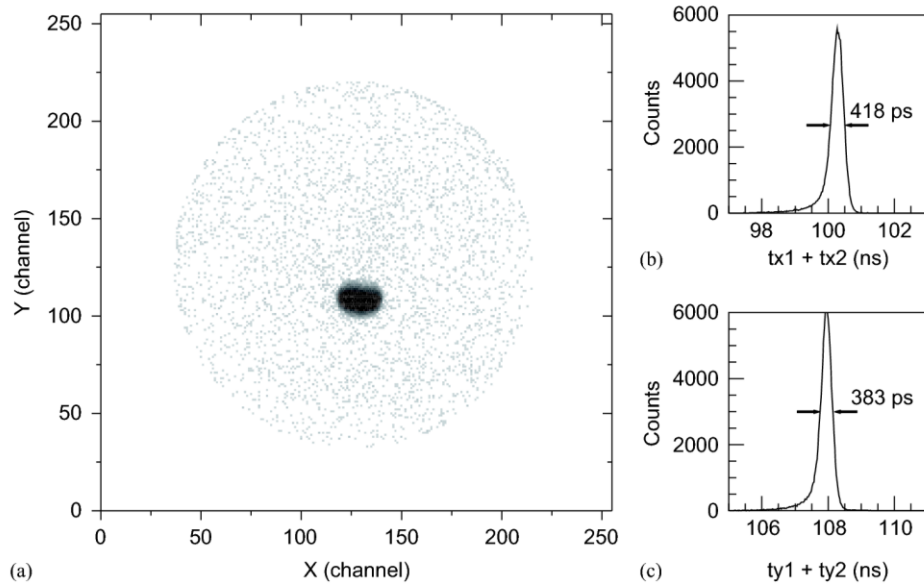


Fig. 14. (a) Image of Na^+ ions obtained with the DLD 80 detector. The beam spot has a width of about 10 mm. (b), (c) Sum of the arrival times at both ends of the X and Y lines.

manufactured to precisely determine both the calibration in position of the detector and its position resolution on the whole surface.

The post-acceleration grid was directly glued on the side of the mask in front of the detector. The mask is mounted at about 3 mm from the front MCPs face. An electrostatic lens has been added in the set-up (Fig. 1) behind MG. With an appropriate voltage, the ion beam becomes divergent and covers a surface as wide as the detector. The ions directed towards the apertures of the mask are accelerated to the MCPs by the -4000 V of the front voltage. Fig. 15 (a) shows the image of the mask. The voltage of the source was tuned at 500 V with the same current as in the case of the efficiency measurement. Fig. 15 (b) is a zoom into the rectangle of Fig. 15 (a), calibrated and built with the complete resolution.

4.3. Results and discussion

The coordinates of the holes centres deduced from the data have been adjusted to the real positions of the holes in the mask, using a linear

transformation. It was found that one channel corresponds approximately to $13 \mu\text{m}$. Fig. 16 shows the distribution of the distances obtained between the centres of the mask holes and their images computed with the calibration. This distribution is rather peaked with a mean value around $240 \mu\text{m}$ and a dispersion of about $130 \mu\text{m}$.

The position resolution has been studied over the whole detector surface from spectra similar to the one shown in Fig. 15 (b), built for the five crosses and the vertical bar. For instance, Fig. 17(a) presents the projection of the spectrum of Fig. 15 (b) on the X axis, with a compression factor of 3 imposed on the channels. The derivative of the curve obtained is presented in Fig. 17(b). The FWHMs of the peaked distributions observed at the beginning and at the end of the spectrum give the position resolution of the detector at the bar location. The full lines are the results of a fit with Gaussian functions. The values show the same variations for the different crosses, and no difference has been found in X and Y directions. The resolution is then deduced to be constant over the entire detector surface. The

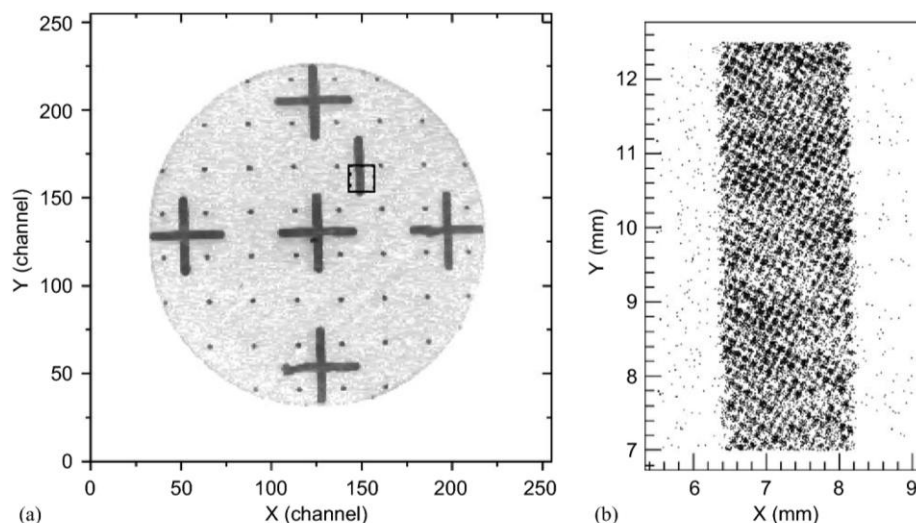


Fig. 15. (a) Image of the entire mask given by the detector. The 52 holes, 5 crosses and the bar are clearly visible. (b) Zoom of the encapsulated part. The stripes correspond to the image of the post-acceleration grid which has 200 lines per inch.

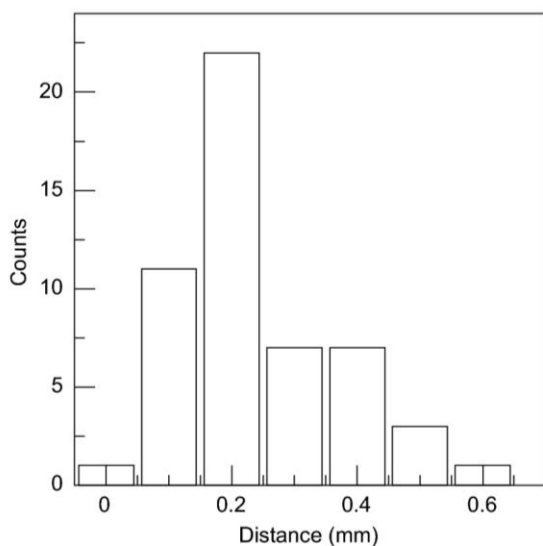


Fig. 16. Distribution of the distances between the mask holes and their images obtained with a linear transformation.

values lead to a mean resolution of $121(26)\mu\text{m}$. Taking into account the mechanical precision of the bar width, the position resolution of the system can be estimated to be $110(26)\mu\text{m}$.

5. Conclusion

In this paper we have presented the measurement of absolute detection efficiency of MCPs detectors for alkali ions (${}^6\text{Li}^+$, ${}^{23}\text{Na}^+$) in the keV energy range. The efficiency saturates at 52.3(3)% in agreement with the effective active area of the MCPs. This value is reached when the ion kinetic energy is larger than $\sim 2500\text{ eV}$ for ${}^6\text{Li}^+$ ions and $\sim 3000\text{ eV}$ for ${}^{23}\text{Na}^+$ ions. This difference can be understood by the velocity dependence of the dominant process of ion-induced secondary electron emission at the considered ion energies. Moreover the efficiency behaviour observed at low energy is explained by an uncompleted charge collection due to the threshold imposed by the electronics to reject the noise. The study of the collected charge distribution seems to be an interesting way to control the global detection efficiency.

Roughly a post-acceleration of the ions in a potential of about 4000 V ensures a maximal efficiency whatever the incident ion energy. Moreover, at low energy, this post-acceleration avoids a loss of efficiency observed otherwise when the ion incident angle on the detector is close to the bias angle of the MCPs.

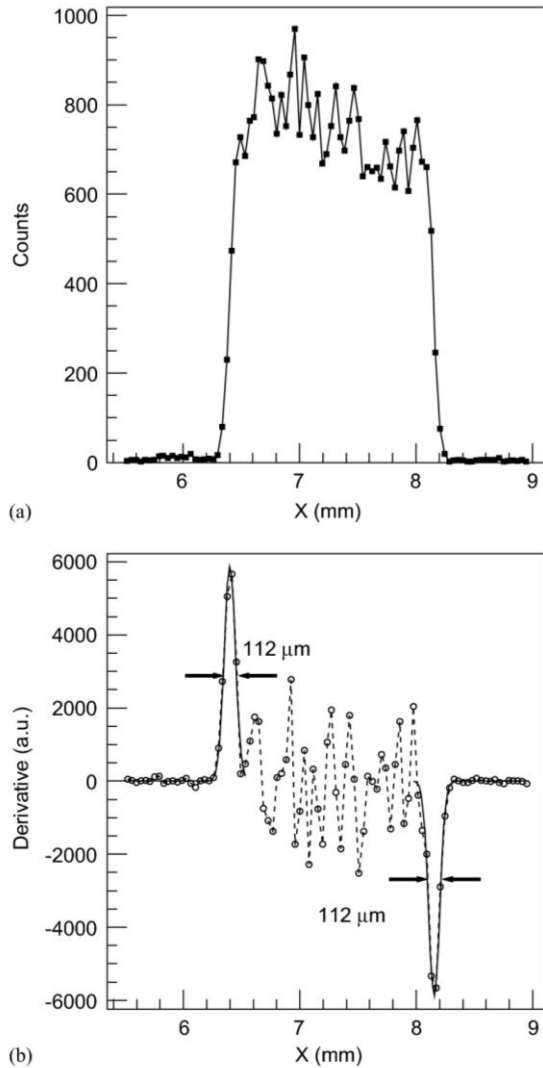


Fig. 17. (a) Projection of the bar in Fig. 14 (b) on the X direction. The points are spaced by $39\mu\text{m}$. The rapid fluctuations are induced by the spatial modulation of the intensity of the ions by the post-acceleration grid. (b) Derivative (finite differences) of curve (a).

Finally a position calibration has been performed using a mask precisely manufactured for this purpose. A linear transformation enables to get an overall accuracy of about $240\mu\text{m}$. The position resolution of the detection set-up has been estimated to be $110(26)\mu\text{m}$.

Acknowledgements

We warmly thank the assistance of the technical staff at the LPC-CAEN.

The work described here was partly carried out within the EXOTRAP network of the European Union LSF-RTD program under Contract no. ERBFMGECT980099, and was pursued in the framework of the European NIPNET network under Contract no. HPRI-CT-2001-50034.

References

- [1] N.D. Scielzo, et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 1.
- [2] G. Ban, et al., Nucl. Phys. A 752 (2005) 67c.
- [3] G.W. Fraser, Int. J. Mass Spectrom. 215 (2002) 13 and references therein.
- [4] M. Hellsing, et al., J. Phys. E 18 (1985) 920.
- [5] S. Yagi, et al., Nucl. Instr. and Meth. B 183 (2001) 476.
- [6] G.W. Fraser, et al., Nucl. Instr. and Meth. A 306 (1991) 247.
- [7] K. Tobita, et al., Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987) 509.
- [8] J. Oberheide, P. Wilhelms, M. Zimmer, Meas. Sci. Technol. 8 (1997) 351.
- [9] B. Brehm, et al., Meas. Sci. Technol. 6 (1995) 953.
- [10] R.S. Gao, et al., Rev. Sci. Instr. 55 (1984) 1756.
- [11] Position and time sensitive Multi-Hit Delay-Line Detector System, Roentdek Handels GmbH, Kelkheim-Ruppertsheim. <http://www.roentdek.de>
- [12] E.J. Sternglass, Phys. Rev. 108 (1957) 1.
- [13] J.P. Ravon, Nucl. Instr. and Meth. 211 (1983) 7.
- [14] R. Meier, P. Eberhardt, Int. J. Mass Spectrom. Ion Processes 123 (1993) 19.
- [15] E.S. Parilis, L.M. Kishinevskii, Sov. Phys. Solid State 3 (1960) 885.

ANNEXE 4

Frontiers in Nuclear Structure, Astrophysics and Reactions (FINUSTAR)
Ile de Kos, Grèce, 12-17 septembre 2005

Measurement Of The β - ν Correlation In ${}^6\text{He}$ Using A Transparent Paul Trap

E. Liénard, G. Ban, G. Darius, D. Durand, X. Fléchar, M. Herbane*, M. Labalme, F. Mauger, A. Mery, O. Naviliat-Cuncic and D. Rodríguez

LPC-IN2P3-ENSICAEN, 6 Bd du Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France

Abstract. The angular correlation between the electron and the neutrino in nuclear β -decay constitutes a sensitive observable to search for the existence of exotic couplings in the weak interaction. In this contribution, we describe the progress of the LPCTrap experiment, devoted to measure the β - ν angular correlation in the pure Gamow-Teller (GT) decay of ${}^6\text{He}$ using a transparent Paul trap. We present a first coincidence spectrum, obtained during the commissioning run, which is the first β -recoil coincidence measurement obtained from any ion trap.

Keywords: weak interaction; angular correlation measurement; RFQ-cooler-buncher; Paul trap.

PACS: 23.40.Bw; 24.80.+y; 29.27.Eg

1. MOTIVATION

In the standard model (SM), semi-leptonic processes are described by the exchange of strictly left-handed bosons (W) which couple to the quark and lepton currents. At low energy, this results in a phenomenological description of the decay which is restricted to the vector (V) and axial-vector (A) operators, and excludes the other Lorentz invariants contributions, i.e. tensor (T), scalar (S) and pseudo-scalar (P) [1]. In a more general description of the decay, all Lorentz invariants are included in the Hamiltonian, and their relative amplitudes are described by the coupling constants C_i and C_i' ($i = S, P, V, A, T$). The C_i' take into account the parity violation, and all the constants can generally be complex to allow time reversal violation. At low energy, the P contribution can be neglected.

Precision measurements performed at low energies are a sensitive way to test the assumptions of the SM by searching for exotic interactions and/or testing fundamental symmetries. For allowed transitions, the decay rate computed from the general Hamiltonian for angular correlation measurements has the following form :

$$W(E, \theta) = W_0(E) \left(1 + b \frac{m}{E} + a \frac{v}{c} \cos \theta \right) \quad (1)$$

* Present address: IKS-Leuven, B-3001 Leuven, Belgium

where $W_0(E)$ corresponds to the original Fermi expression of the β decay rate, m , v and E are respectively the mass, the velocity and the energy of the β particle, and θ is the angle between the directions of emission of the electron and the neutrino. The parameters b and a are respectively the Fierz interference term and the β - ν angular correlation parameter. They depend on C_i and C_i' , through rather complicated expressions [1]. These can be simplified for pure Fermi (F) or GT transitions where they become sensitive only to C_S and C_V (F) or C_T and C_A (GT).

Measurements of correlation between the emitted particles in a pure β decay enable to infer the angular correlation parameter, and to test this way the SM values ($a_F = 1$, $a_{GT} = -1/3$). The measurements performed so far are consistent with the SM, within a precision of 0.5% and 1% for a_F and a_{GT} respectively [2,3]. The experiment discussed in this contribution is an attempt to improve the precision on a_{GT} which has not been addressed since 1963 [2]. We propose to measure coincidences between the β particles and the recoil ions following the decays of ^6He nuclei confined in a Paul trap [4]. Such a device offers a very clean environment for the decay of exotic nuclei. The properties of the ^6He transition are well adapted to the proposed study. The setup has been recently installed at the low energy beam line, LIRAT, of the SPIRAL facility at GANIL (Caen).

2. THE LPCTRAP SETUP

The SPIRAL ECR source delivers a $^6\text{He}^+$ beam at 10-34 keV with an emittance of about $80 \pi \text{ mm mrad}$. The confinement in a trap of such a beam requires to slow down, cool and bunch the ions. The LPCTrap setup has then to ensure three functions: i) the cooling and bunching of the ions ii) the ions confinement in a transparent trap iii) the detection of the recoil ions with the β particles. The general layout of the LPCTrap setup is presented in Fig.1.

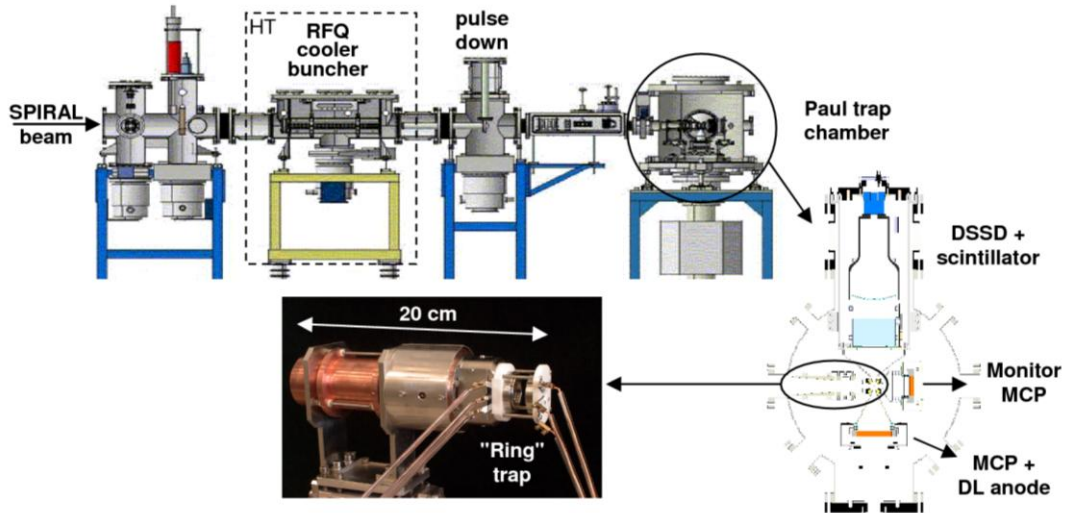


FIGURE 1. Layout of the LPCTrap setup installed at LIRAT, with schemes of the Paul trap chamber and the "ring" trap (see text for details).

2.1. Beam Cooling And Manipulation

The reduction of the beam emittance is achieved by means of the buffer gas cooling technique. This is a simple, quick and efficient method which uses a Radio-Frequency Quadrupole (RFQ) [5,6]. A critical point of this project was to demonstrate the feasibility of cooling light ions with this technique. This was achieved in an experiment performed at GANIL [5]. Stable $^4\text{He}^+$ ions, produced by an ECR source at 10 keV, were cooled and bunched using H_2 as buffer gas. A global efficiency of 5-10% was obtained for a bunching period shorter than 1 ms. The efficiency decreases when the bunching period is increased due to the ions lifetime in the buncher. For ^6He , an optimal duty cycle of about 100 ms can be estimated, and in this case the RFQ transmission is about 1% [7].

2.2. Ion Trap

The radioactive ions are confined in a Paul trap. The operating principle of this device enables to install detectors very close to the trap which can have a very simple and transparent structure, as the "ring" trap presented in Fig.1. This transparent Paul trap has been tested with $^6\text{Li}^+$ ions delivered by a thermoionic source installed at the entrance of the LPCTrap setup [7]. The ion cloud in the trap is monitored by a micro-channel plate detector (MCP) located along the beam direction, downstream from the trap (Fig.1). The time-of-flight (tof) between the extraction signal from the buncher and the MCP ion signal is continuously measured. A trapping efficiency of 20% has been achieved. The tests have revealed the existence of an additional cooling process in the trap due to the residual gas with a period of about 30 ms. The lifetime of the ions in the trap has been measured to be typically 250 ms.

2.3. Detection Setup

The trap is located at the center of the chamber, and the electron and ion detectors are arranged in a back-to-back geometry. The relative position of the detectors is fixed by the characteristics of a pure GT transition, for which the β and the recoil ion are preferentially emitted back-to-back for a tensor interaction. The description of the telescope (DSSD + plastic scintillator) and the recoil ion detector (MCP + delay line anodes [8]) can be found elsewhere [9,10]. The telescope has a time resolution of 200ps, an energy resolution of 10% for 1 MeV electrons, and a spatial resolution of 1mm. The absolute efficiency of the recoil detector MCP reaches about 52% above 2.5keV, and is constant within 1% in a 5keV energy window. It has a time resolution of the order of 200ps and a position resolution of 110(26) μm . The two detectors are located at 10cm from the trap center. The total efficiency of the detection setup reaches 0.28%, taking into account the anisotropy of the events distribution in the ^6He decay and the absolute efficiency of the MCP.

3. FIRST DECAY MEASUREMENT FROM AN ION TRAP

A commissioning run took place in May 2005. To monitor the beam in the line, a retractable silicon detector of 4 mm thickness was installed at the entrance of the RFQ cooler-buncher. It is used to count the β particles emitted by the low energy radioactive ions which are implanted in the dead-layer of the detector. Several adjustable calibrated attenuators were located in the beam to reduce the counting rates on the detector to a sub-critical value. The intensity of the ${}^6\text{He}$ beam deduced in this way reaches about $3 \cdot 10^7$ ${}^6\text{He}^+/\text{s}$. This is an order of magnitude lower than the announced rate [11]. This beam is produced by a 2kW ${}^{13}\text{C}$ primary beam impinging on a carbon production target, located close to the ionization ECR source. After extraction from the source at 10keV, the beam is roughly mass separated at the entrance of LIRAT, by a dipole magnet with a resolving power $M/\Delta M \sim 250$. The separation is not enough to completely eliminate the huge beam contamination with ${}^{12}\text{C}^{2+}$. This contamination is measured by a Faraday cup installed on the LIRAT line. Its intensity can vary between 500pA and 300nA depending on the tuning of the primary beam and the target-source production device, which were rather unstable during the experiment. The presence of this high intensity beam was crucial to tune the LPCTrap setup. However the huge amount of ${}^{12}\text{C}$ in the cooler induces problems of space charge which essentially reduces the number of ${}^6\text{He}$ confined in the system and also their lifetime in the buncher. The commissioning period has nevertheless enabled to provide the proof of principle, for the cooling, bunching and trapping of ${}^6\text{He}^+$ ions. As a proof, coincidences between the β particles and the recoil ions were measured for the first time from a decay occurring in an ion trap. Figure 2a shows the raw spectra obtained when switching on or off the trap RF, that is with and without trapping the ions. The presence of an extra peak is clear when the trap RF is on.

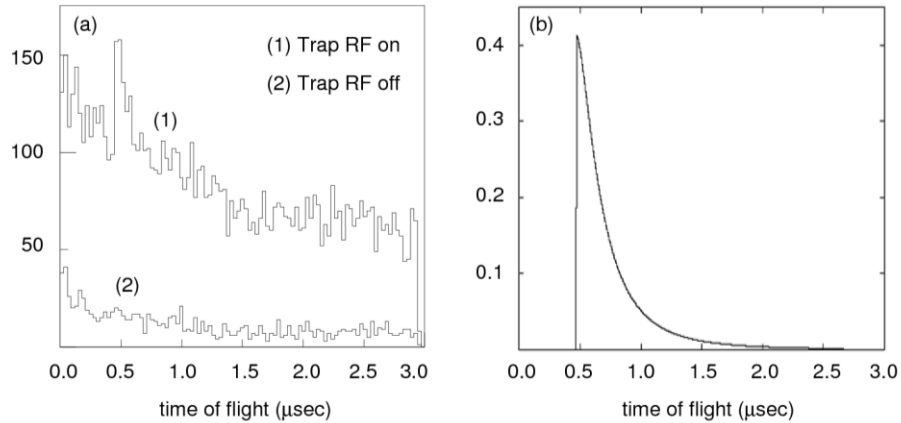


FIGURE 2. (a) β -recoil coincidence spectra obtained with and without trapping the ions (b) tof simulation (see text for details).

For comparison the results of a simple standard simulation performed for a point-like source located in the middle of the trap and with cuts in the kinematics is presented in

Fig.2b. It shows that the experimental peak arises at the right time and qualitatively presents an adequate shape.

4. CONCLUSION AND OUTLOOK

A new low energy beam line is presently available at the SPIRAL facility at GANIL. The LPCTrap setup, recently installed on the line, has been commissioned. It comprises a RFQ cooler-buncher able to handle light ion beams, and a transparent Paul trap adapted to decay experiments. A first test run devoted to the β - v correlation measurement in ${}^6\text{He}$ decay has been carried out. The first β -recoil coincidences were measured from decays occurring in an ion trap. The statistics is by far not enough to extract a significant value of the angular correlation parameter, but this first success is promising for the project and new measurement periods are expected during the following years to reach our goal.

ACKNOWLEDGMENTS

We warmly thank J. Brégeault, Ph. Desrues, Y. Merrer, Ph. Vallerand and Ch. Vandamme for their technical assistance in the LPCTrap experiment. The work described here was partly carried out within the EXOTRAP network of the European Union LSF-RTD program under contract number ERBFMGECT980099, and was pursued in the framework of the European NIPNET network under contract number HPRI-CT-2001-50034. D. Rodríguez acknowledges support from the U.E. under a Marie Curie Intra-European Fellowship.

REFERENCES

1. J. D. Jackson et al., *Phys. Rev.* **106**, 517-521 (1957); J. D. Jackson et al., *Nucl. Phys.* **4**, 206-212 (1957).
2. C. H. Johnson et al., *Phys. Rev.* **132**, 1149-1165 (1963).
3. A. Gorelov et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 142501 (2005).
4. G. Ban et al., Internal Report LPC-Caen, LPCC 99-16, 1999.
5. G. Ban et al., *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **518**, 712-720 (2004).
6. G. Darius et al., *Rev. Sci. Instrum.* **75**, 4804-4810 (2004).
7. A. Mery et al., to be published.
8. Position and Time Sensitive Multi-Hit Delay-Line Detector System, Roentdek Handels GmbH, Kelkheim-Ruppertsheim. <http://www.roentdek.de>.
9. G. Ban et al., *Nucl. Phys. A* **752**, 67c-76c (2005).
10. E. Liénard et al., *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* in press.
11. A.C.C. Villari, *Nucl. Phys. A* **701**, 476c-479c (2002).

ANNEXE 5

Trapped Charged Particles and Fundamental Physics (TCP 2006) Parksville, Canada, 3-8 septembre 2006

Hyperfine Interact (2006) 172:29–33
DOI 10.1007/s10751-007-9520-9

The LPCTrap experiment: measurement of the β - ν angular correlation in ${}^6\text{He}$ using a transparent Paul trap

E. Liénard · G. Ban · J. Blicek · D. Durand · F. Duval ·
X. Fléchar · M. Herbane · M. Labalme · Y. Lemiè ·
F. Mauger · A. Méry · O. Naviliat-Cuncic ·
D. Rodríguez · J. C. Thomas

Published online: 3 July 2007
© Springer Science + Business Media B.V. 2007

Abstract We report on the status of the LPCTrap experiment, devoted to measure the β - ν angular correlation in the pure Gamow–Teller decay of ${}^6\text{He}$. This measurement is motivated by the search for the presence of tensor type contributions to the weak interaction. The ${}^6\text{He}$ ions are confined in a novel transparent Paul trap. The β particles and the recoil ions are detected in coincidence to deduce the angular correlation parameter. The commissioning run performed in 2005 has given the proof of principle of this experiment. Up to 10^5 coincidences were recorded during a second run in 2006.

Keywords Ion trapping · Nuclear β -decay · Test of weak interaction

1 Introduction

In the standard model (SM), semi-leptonic processes are described by the exchange of strictly left-handed bosons (W) which couple to the quark and lepton currents. At low energy, this results in a phenomenological description of the decay which is restricted to the vector (V) and axial-vector (A) operators, and excludes the other Lorentz invariants contributions, i.e. tensor (T), scalar (S) and pseudo-scalar (P) [1, 2]. In a more general description of the decay, all Lorentz invariants are included in the Hamiltonian, and their relative amplitudes are described by the coupling constants C_i and C'_i ($i=S, P, V, A, T$). The C'_i take into account the parity violation, and all the constants can generally be complex to allow time reversal violation. At low energy, the P contribution can be neglected.

Precision measurements performed at low energies are a sensitive way to test the assumptions of the SM by searching for exotic interactions and/or testing fundamental

E. Liénard (✉) · G. Ban · J. Blicek · D. Durand · F. Duval · X. Fléchar · M. Herbane · M. Labalme ·
Y. Lemiè · F. Mauger · A. Méry · O. Naviliat-Cuncic · D. Rodríguez
LPC-ENSICAEN, 6 Bd du Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France
e-mail: lienard@lpccaen.in2p3.fr

J. C. Thomas
GANIL, Bd. Henri Becquerel, B.P. 55027, 14076 Caen Cedex, France

symmetries. For allowed transitions, the decay rate computed from the general Hamiltonian for angular correlation measurements has the following form:

$$W(E, \theta) = W_0(E) \left(1 + b \frac{m}{E} + a \frac{v}{c} \cos \theta \right) \quad (1)$$

where $W_0(E)$ corresponds to the original Fermi expression of the β decay rate, m , v and E are respectively the mass, the velocity and the energy of the β particle, and θ is the angle between the directions of emission of the electron and the neutrino. The parameters b and a are respectively the Fierz interference term and the β - ν angular correlation parameter. They depend on C_i and C'_i , through rather complicated expressions [1, 2]. These can be simplified for pure Fermi (F) or Gamow–Teller (GT) transitions where they become sensitive only to C_S and C_V (F) or C_T and C_A (GT). Measurements of correlation between the emitted particles in a pure β decay enable to infer the angular correlation parameter, and to test this way the SM values ($a_F=1$, $a_{GT}=-1/3$). The measurements performed so far are consistent with the SM, within a precision of 0.5 and 1% for a_F and a_{GT} respectively [3, 4]. The experiment discussed in this contribution is an attempt to improve the precision on a_{GT} which has not been addressed since 1963 [3]. We propose to measure coincidences between the β particles and the recoil ions following the decays of ${}^6\text{He}$ nuclei confined in a Paul trap. Such a device offers a very clean environment for the decay of exotic nuclei. The properties of the ${}^6\text{He}$ transition are well adapted to the proposed study. The setup is installed at the low energy beam line, LIRAT, of the SPIRAL facility at GANIL (Caen).

2 The LPCTrap setup

The SPIRAL ECR source delivers a ${}^6\text{He}^+$ beam at 10–34 keV with an emittance of about $80 \pi \text{ mm mrad}$. The confinement in a trap of such a beam requires to slow down, cool and bunch the ions. The LPCTrap setup has then to ensure three functions: (1) the cooling and bunching of the ions, (2) the ions confinement in a transparent trap, (3) the detection of the recoil ions with the β particles. The general layout of the LPCTrap setup is presented in Fig. 1.

2.1 Beam cooling and manipulation

The reduction of the beam emittance is achieved by means of the well-known buffer gas cooling technique associated with the use of a radio-frequency quadrupole (RFQ) [5, 6]. A critical point of this project was to demonstrate the feasibility of cooling light ions with this technique. This was achieved in an experiment performed at GANIL [5]. Stable ${}^4\text{He}^+$ ions, produced by an ECR source at 10 keV, were cooled and bunched using H_2 as buffer gas. An efficiency of 10% was obtained for a bunching period shorter than 1 ms. The efficiency decreases when the bunching period is increased due to the ions lifetime in the buncher. For ${}^6\text{He}$, an optimal duty cycle of about 100 ms can be estimated, and in this case the RFQ transmission is about 2% [7].

2.2 The transparent Paul trap

The radioactive ions are confined in a Paul trap. The operating principle of this device enables to install detectors very close to the trap which can have a very simple and transparent structure, as the “ring” trap presented in Fig. 1. This transparent Paul trap has

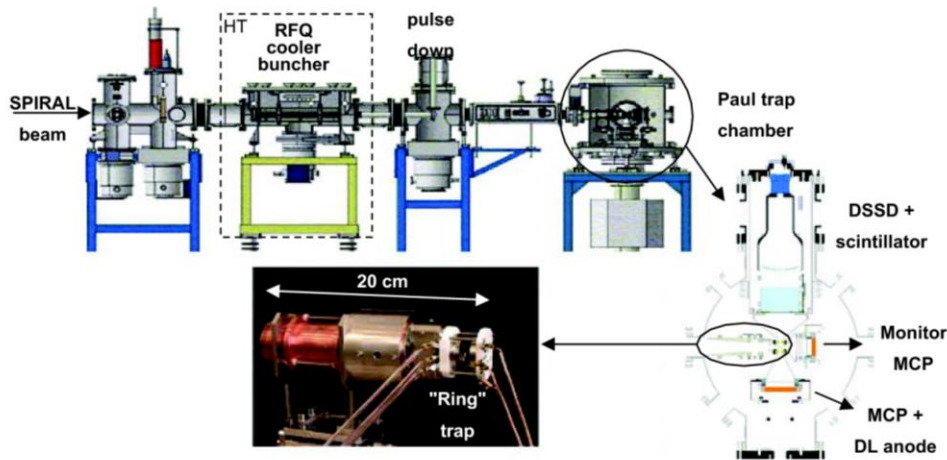


Fig. 1 Layout of the LPCTrap setup installed at LIRAT, with schemes of the Paul trap chamber and the “ring” trap (see text for details)

been tested with ${}^6\text{Li}^+$ ions delivered by a thermoionic source installed at the entrance of the LPCTrap setup [7]. The ion cloud in the trap is monitored by a micro-channel plate detector (MCP) located along the beam direction, downstream from the trap (Fig. 1). The time-of-flight (TOF) between the extraction signal from the buncher and the MCP ion signal is continuously measured. A trapping efficiency of 20% has been achieved. The tests have revealed the existence of an additional cooling process in the trap due to the residual gas with a period of about 30 ms. The lifetime of the ions in the trap has been measured to be typically 250 ms.

2.3 The detection setup

The trap is located at the center of the chamber, and the electron and ion detectors are arranged in a back-to-back geometry. The relative position of the detectors is fixed by the characteristics of a pure GT transition, for which the β and the recoil ion are preferentially emitted back-to-back for a tensor interaction. The description of the telescope (DSSD+plastic scintillator) and the recoil ion detector (MCP+delay line anodes) can be found elsewhere [8, 9]. The telescope has a time resolution of 200 ps, an energy resolution of 10% for 1 MeV electrons, and a spatial resolution of 1 mm. The absolute efficiency of the recoil detector MCP reaches about 52% above 2.5 keV, and is constant within 1% in a 5 keV energy window. It has a time resolution of the order of 200 ps and a position resolution of 110(26) μm . The two detectors are located at 10 cm from the trap center. The total efficiency of the detection setup reaches 0.28%, taking into account the anisotropy of the events distribution in the ${}^6\text{He}$ decay and the absolute efficiency of the MCP.

The detection setup gives access to three observables of the kinematics: the β energy, the recoil energy and the β -recoil angle. The combination of these parameters should enable to reject false coincidences, and to control some systematic effects. The effect of the trap RF field on the recoil as well as the ions temperature inside the trap will be also controlled thanks to the recording of the trap RF phase and the reference of the β within the duty cycle.

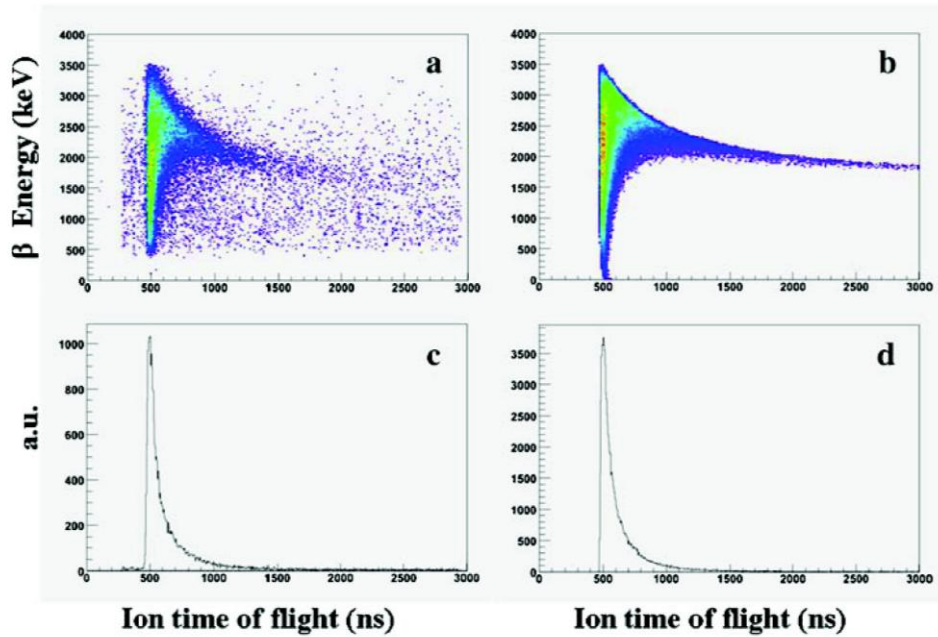


Fig. 2 a (resp. b) The energy distribution vs the recoil ion TOF from experimental data (resp. simulated data). c and d The corresponding TOF distributions for the coincidence events. The experimental spectra content about one fourth of the total statistics

3 Results

During the commissioning run that takes place in May 2005, coincidences between the β particles and the recoil ions were measured for the first time from decays occurring in an ion trap [10]. The number of events recorded was by far not enough to extract a significant value of the angular correlation parameter, but it has given the proof of principle of the LPCTrap experiment. Improvements of the setup were performed to prepare the next radioactive beam period. They essentially concern modifications of optics in the setup and suppression of contaminants. About this last point, dipole excitation was implemented on the RFQ to perform a mass selection of the trapped ions, and a fine tuning of the LIRAT beam line was studied to remove the contaminating $^{12}\text{C}^{2+}$ from the incoming beam.

A second run occurred in July 2006. A $^6\text{He}^{1+}$ beam at 10 keV with a maximal intensity of 10^8 pps was delivered at the entrance of the LPCTrap setup under optimal running conditions. The $^{12}\text{C}^{2+}$ intensity could be controlled by using a slit located just after the SPIRAL mass separator. This enabled to significantly reduce the ^{12}C contamination with a loss of about half the intensity of ^6He ions. With the duty cycle of 100 ms, typical efficiencies of 2% for the RFQ, 3% for the transmission line to the Paul trap and 10% for the Paul trap injection, were obtained. During this beam period, up to 10^5 coincidences were recorded. Figure 2a and c show examples of experimental spectra obtained on line. The two-dimensional spectrum presents the distribution of the β kinetic energy versus the TOF of the recoil ions. The second spectrum is a projection on the TOF axis.

Figure 2b and d show identical spectra simulated with $a=-1/3$. The simulation is performed for a point-like source located in the middle of the trap and with cuts in the kinematics corresponding to the detectors geometry. The trap RF field is not taken into

account. The comparison shows the quality of the data: the signal over noise ratio is excellent, and the behaviour of the data roughly follows the pattern of the 'standard' simulation. A statistical precision of about 2% should be reached with the present statistics. These first data should also enable to study some systematic effects due for instance to the response functions of the detectors. The effects of the trap RF field and the ion cloud temperature on the recoil motion should also be investigated thanks to the set of parameters recorded at each experiment event [11].

4 Conclusion and outlook

During the commissioning run in 2005, the LPCTrap experiment has provided the first measurement of β -recoil coincidences from decays occurring in an ion trap. In 2006, more than 10^5 coincidence events were recorded. This should allow a first preliminary estimation of the angular correlation parameter, and a careful study of the systematic effects. About a factor 20 in the statistics is required to reach the aimed 0.5% relative precision for the next beam time. An improvement of the transmission line between the RFQ and the Paul trap will be studied to increase significantly the overall efficiency of the LPCTrap setup.

Acknowledgement We warmly thank J. Brégeault, Ph. Desrues, B. Jacquot, Y. Merrer, Ph. Vallerand, Ch. Vandamme and F. Varenne for their participation and assistance in different aspects of the LPCTrap experiment. This work was partly carried out within the European NIPNET network (contract Nr HPRI-CT-2001-50034) and is being pursued within the TRAPSPEC JRA of the EURONS 13-activity (contract Nr 506065). D. Rodríguez acknowledges support from the U.E. under a Marie Curie Intra-European Fellowship.

References

1. Jackson, J.D., et al.: Phys. Rev. **106**, 517–521 (1957)
2. Jackson, J.D., et al.: Nucl. Phys. **4**, 206–212 (1957)
3. Johnson, C.H., et al.: Phys. Rev. **132**, 1149–1165 (1963)
4. Gorelov, A., et al.: Phys. Rev. Lett. **94**, 142501 (2005)
5. Ban, G., et al.: Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **518**, 712–720 (2004)
6. Darius, G., et al.: Rev. Sci. Instrum. **75**, 4804–4810 (2004)
7. Rodríguez, D., et al.: Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A **565**, 876–889 (2006)
8. Ban, G., et al.: Nucl. Phys. A **752**, 67c–76c (2005)
9. Liénard, E., et al.: Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A **551**, 375–386 (2005)
10. Méry, A., et al.: Eur. Phys. J. A (in press)
11. Rodríguez, D., et al. (these proceedings)

ANNEXE 6

PRL 101, 212504 (2008)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
21 NOVEMBER 2008

Paul Trapping of Radioactive ${}^6\text{He}^+$ Ions and Direct Observation of Their β Decay

X. Fléhard,¹ E. Liénard,¹ A. Méry,^{1,*} D. Rodríguez,^{1,†} G. Ban,¹ D. Durand,¹ F. Duval,¹ M. Herbane,^{1,‡} M. Labalme,¹ F. Mauger,¹ O. Naviliat-Cuncic,¹ J. C. Thomas,² and Ph. Velten¹

¹LPC-Caen, ENSICAEN, Université de Caen, CNRS/IN2P3-ENSI, Caen, France

²GANIL, CEA/DSM-CNRS/IN2P3, Caen, France

(Received 8 April 2008; published 21 November 2008)

We demonstrate that abundant quantities of short-lived β unstable ions can be trapped in a novel transparent Paul trap and that their decay products can directly be detected in coincidence. Low energy ${}^6\text{He}^+$ (807 ms half-life) ions were extracted from the SPIRAL source at GANIL, then decelerated, cooled, and bunched by means of the buffer gas cooling technique. More than 10^8 ions have been stored over a measuring period of six days, and about 10^5 decay coincidences between the beta particles and the ${}^6\text{Li}^{++}$ recoiling ions have been recorded. The technique can be extended to other short-lived species, opening new possibilities for trap assisted decay experiments.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.212504

PACS numbers: 23.40.-s, 27.20.+n, 37.10.Rs, 37.10.Ty

Atom and ion traps have found a wide range of applications in nuclear physics for the confinement of radioactive species [1,2]. In particular, the continuous improvements in magneto-optical trapping efficiencies achieved since more than ten years [3–6] resulted in a number of precision measurements for the study of fundamental interactions [7–9] as well as for the determination of nuclear static properties [10,11]. The environment offered by traps in beta decay measurements is ideal to reduce instrumental effects, like the electron scattering in matter, or to enable the direct detection of recoiling ions. Such conditions led to measurements of angular correlation coefficients in beta decay with unprecedented precision [8,9] motivated by the search for exotic interactions as signatures of physics beyond the standard electroweak model [12].

Although the principles for ion trapping [13,14] were established well before those for the magneto-optical confinement [15], the consideration of ion traps for beta decay experiments with radioactive species is more recent. Technically, magneto-optical traps are often limited to alkali elements, for which suitable lasers can be found. They enable to produce samples of smaller size and with atoms at lower energies than ion traps. More elaborated transition schemes have recently been applied to radioactive He atoms [10,11]. However, the efficiencies achieved so far with noble gas atoms in MOTs are too small for practicable precision measurements of beta decay correlations.

The standard geometry of a 3D-Paul trap [14], in which the hyperbolic electrodes are made of massive materials, is not well suited for the detection of decay products following beta decay. Ion confinement of radioactive species requires also the beam preparation for an efficient trapping [16] and such techniques posed new challenges when applied to light mass species.

In this Letter, we demonstrate that significant quantities of radioactive ${}^6\text{He}^+$ ions can be confined in a novel Paul trap and that their decay products can directly be detected,

enabling thereby new trap assisted decay experiments. The results presented here were motivated by a new measurement of the $\beta\bar{\nu}$ angular correlation coefficient in the Gamow-Teller decay of ${}^6\text{He}$ to search for possible exotic interactions in nuclear beta decay. For this purpose, beta particles and recoiling ions are detected in coincidence to deduce the time-of-flight spectrum of ions relative to the beta particles.

The experiment has been carried out at the new low energy beam line LIRAT [17] of the SPIRAL facility at GANIL, firstly commissioned with radioactive beams in 2005. The ${}^6\text{He}^+$ ions were produced from a primary ${}^{13}\text{C}$ beam at 75 MeV/A impinging on a graphite target coupled to an ECR source. The source is located on a high-voltage platform at 10 kV, what determines the kinetic energy of the extracted ions. The beam is then mass separated by a dipole magnet having a resolving power $M/\Delta M \approx 250$. After separation in m/q , the beam is composed of ${}^6\text{He}^+$ and of stable ${}^{12}\text{C}^{2+}$ ions. By adjusting the setting of the first magnet and the aperture of slits located after the magnet, it was possible to significantly reduce the ${}^{12}\text{C}^{2+}$ contribution at the expenses of a reduction in the ${}^6\text{He}^+$ intensity by a factor of about 2. The resultant ${}^{12}\text{C}^{2+}$ intensity does not affect the beam preparation before injection into the Paul trap.

The setup for the beam preparation (Fig. 1) is comprised of a radio frequency quadrupole cooler and buncher (RFQCB) followed by two pulsed electrodes located before the Paul trap. The beam intensity at the entrance of the RFQCB was typically 10 nA, including the contribution of the stable ${}^{12}\text{C}^{2+}$ ions. Under optimal conditions, the ${}^6\text{He}^+$ beam intensity was deduced to be $2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ by implanting a fraction of the beam into a Si detector.

The beam was cooled in the RFQCB using the buffer gas technique [16], which is relatively fast and universal, and well suited for radioactive species. Since the cooling is only efficient at energies of about 100 eV, the RFQCB is mounted on a high-voltage platform, operated 100 V below

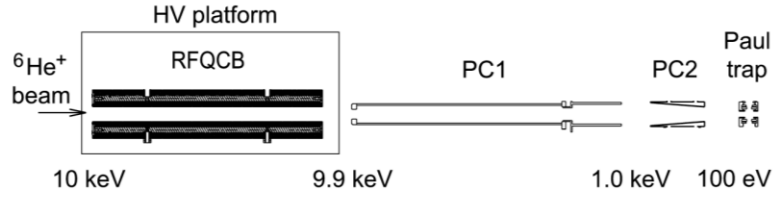


FIG. 1. Beam preparation scheme showing the RFQCB and two pulsed cavities located upstream from the Paul trap (distances between the elements are not to scale). The total mean energy of ions is indicated at different steps.

the voltage of the ECR source platform. In the RFQCB, the ions are confined radially by an rf field applied to four cylindrical rods. The rods are segmented in order to generate a longitudinal electrostatic field which drives the ions toward the exit of the structure. A detailed description of the device can be found elsewhere [18]. The cooling of ions as light as $^4\text{He}^+$ had previously been demonstrated using H_2 as buffer gas [19]. Inside the cooler, the ions are accumulated to produce a bunch for an efficient injection in the Paul trap. The bunch is extracted from the RFQCB by fast switching the buncher electrodes after thermalization of ions with the buffer gas.

The ions are then transported through a first pulsed cavity (PC1) followed by an electrostatic lens (not shown on Fig. 1) and finally through a second pulsed cavity (PC2) before their injection into the Paul trap. Switching voltages applied to PC1 and PC2 reduce the mean ion energies from 9.9 to 1 keV and then from 1 keV to 100 eV, respectively [20], in order to achieve an efficient capture of the ion bunch by the Paul trap.

The ion bunches are injected in the Paul trap at a repetition rate of 10 Hz. The electric field inside the trap is generated by two pairs of coaxial rings separated by 10 mm (Fig. 2), and is close to a quadrupole field over few mm^3 around the trap center [20]. The frequency used in the trap was 1.15 MHz for a 130 V peak-to-peak voltage amplitude. The rf voltage is applied on the two inner rings whereas the outer rings are grounded. The rf signal on the trap was continuously applied during the measuring cycles. The overall performance of the system has been thoroughly tested with stable $^4\text{He}^+$, $^{35}\text{Cl}^+$, and $^{36,40}\text{Ar}^+$ ions from the ECR source [20] and with $^6\text{Li}^+$ ions from a surface ionization source [21]. Considering the duty cycle used for the injection of the $^6\text{He}^+$ bunches into the trap, the beam preparation efficiency was estimated to be 7×10^{-5} , including the deceleration, cooling, bunching, transmissions through the pulsed cavities, and trapping.

The trap geometry allows the application of suitable voltages on the rings for the injection and extraction of ions. The absence of a massive ring electrode also enables the direct detection of products from decays in the trap. The trap is surrounded by an electron telescope detector and by two ion detectors (Fig. 2). Collimators located in front of the detectors enable the selection of events originated mainly in the trap. The number of trapped ions was continuously monitored by counting the ions remaining in

the trap after a fixed storage time, using the micro-channel plate (MCP) detector located downstream. This detector is preceded by three grids to reduce the intensity of the incident ion bunches. The measured time-of-flight distribution contains a single peak corresponding to a mass-to-charge ratio $Q/A = 6$. The storage time of ions in the trap, deduced from the rate of coincidence events and accounting for the β -decay, was 240 ms for a typical pressure in the trap chamber of 2×10^{-6} mbar due to H_2 gas leaking from the RFQCB. The main effect limiting the storage time of ions inside the trap is the collision of ions with molecules of the residual gas.

The telescope for beta particles is composed of a $60 \times 60 \text{ mm}^2$, 300 μm thick, double-sided position sensitive silicon strip detector (SSD), with 2×60 strips for horizontal and vertical location. The SSD is followed by a $\varnothing 11 \times 7 \text{ cm}^2$ plastic scintillator. To achieve a better vacuum in the trap chamber, both detectors are located in an evacuated chamber separated from the trap chamber by a 1.5 μm thick mylar foil. The recoil ion detector uses two MCPs with delay-line readout providing position sensitivity. The time resolution of the detector is smaller than 200 ps. The dependence of the detector efficiency as a function of the ion kinetic energy, the incidence angle, and the position has been studied in detail and was described

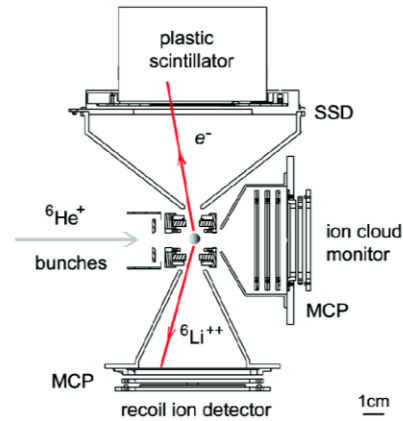


FIG. 2 (color online). Experimental setup with the transparent Paul trap surrounded by the beta particle telescope and the two ion detectors. The scale indicates the size of this table top experiment.

212504-2

elsewhere [22]. An acceleration voltage is applied on an electrode located 6 mm in front of the MCP. The ion detection efficiency reaches 53% for post-accelerating voltages larger than 4 kV.

The trigger of an event is generated by a signal in the plastic scintillator. The 120 strips of the SSD are then readout sequentially by multiplexing the signals. The trigger also generates the start signal for the time measurement relative to the MCP detector located opposite to the trap. Under regular conditions, the average trigger rate was 200 s^{-1} . Most of these events were singles, for which only the signal of the energy deposited in the plastic scintillator was recorded along with the position and energy information from the 120 strips of the SSD. For coincidence events, six other parameters were additionally stored: (i) the time difference between the plastic scintillator and the MCP signal; (ii) the charge in the MCP; and (iii–vi) the time differences between the signal from the MCP and the four outputs of the delay lines (two for each coordinate) for the position reconstruction. For all events, the time within the cycle relative to the extraction pulse from the RFQCB as well as the rf phase in the Paul trap were also recorded for later study of the ion cloud stability and control of instrumental effects.

With the position information of the beta particle and of the recoiling ion, it is possible to reconstruct the rest mass of the antineutrino from the decay kinematics which provides a useful control means to identify background sources. The spectrum built after energy calibration of the plastic scintillator and selection of beta particles with energies above 1 MeV is shown in Fig. 3. Two other conditions were imposed to the data: (1) the signal in the SSD should have a valid conversion in the vertical and horizontal positions, corresponding to a minimum ionizing particle; (2) the coincidence must be recorded at least 20 ms after the injection of the ion bunch in the trap, which is needed for the ions to reach the thermal equilibrium.

The measured spectrum is compared to a Monte Carlo (MC) simulation which includes the geometry of the setup, the size and temperature of the ion cloud inside the trap, the effect of the trap rf field on the ions inside the trap and during their recoil, and the energy resolution of the plastic scintillator. The simulation does however not include: the scattering of electrons on the matter surrounding the trap with the possible generation of secondary background, the response function of the plastic scintillator, the effect of ionization during β -decay [23], and other recoil order effects beyond the allowed approximation for the description of the beta decay process. For the purpose of this comparison, the value of the $\beta\bar{\nu}$ angular correlation coefficient was assumed to be the one expected from the standard model for a pure Gamow-Teller transition, $a_{GT} = -1/3$ [24]. The width of the signal peak in Fig. 3 is dominated by the phase space of ions inside the trap [21]. The two main background sources which have been identified, and which both give rise to asymmetric distributions in the antineutrino rest mass, are accidental coin-

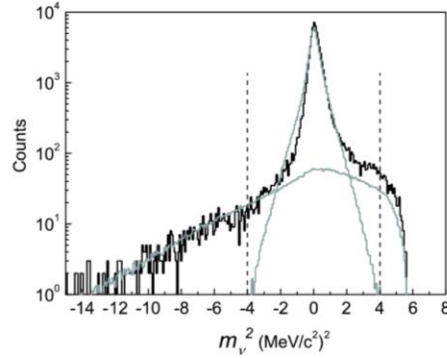


FIG. 3. Antineutrino rest mass spectrum reconstructed from the decay kinematics (black) and compared with results from MC simulations (gray). The main peak corresponds to decay events occurring in the trap. The broad asymmetric distribution is due to decays from neutral ${}^6\text{He}$ atoms occurring outside of the trap and to accidental events. See text for details.

cidences and decay events of neutral ${}^6\text{He}$ atoms produced in the RFQCB which diffuse into the trap chamber. Although the simplified MC simulation does not reproduce all details of the measured spectra, the discrepancies are not crucial to illustrate two main points: (i) that the signal to background ratio in the region of the peak is about 100:1, and (ii) that the largest fraction of the background is well identified as associated with decays out of the trap such that the setup can be improved for future precision measurements.

Figure 4 shows the time-of-flight spectrum of ions relative to the beta particle when selecting events with the condition $\pm 4(\text{MeV}/c^2)^2$ on the antineutrino rest mass (Fig. 3). The data correspond to a total measuring time of about 6 days. Since the overall detection efficiency of the system is 1.5×10^{-3} [21], one concludes that more than 10^8 radioactive ions have been trapped during the measurement.

The data in the time-of-flight spectrum have also been compared to the MC simulation. The edge of the spectrum, between 460 and 510 ns, which is weakly sensitive to the dynamics of the decay, served here to accurately determine the average distance between the ion cloud center and the recoiling ion detector, and is then not considered in the comparison. The value of the angular correlation coefficient was here fixed to either $a_A = a_{GT} = -1/3$, corresponding to pure axial couplings (light gray line in Fig. 4), or to $a_T = 1/3$ for pure tensor couplings (dark gray line in Fig. 4). Since the number of events in the MC simulation is normalized to the number of measured events, there are then no free parameters in the comparison between the data and the MC calculations. The fairly good agreement between the data and the MC for $a_A = a_{GT}$ proves that the main features of the setup are well understood. The most sensitive interval of the spectrum to the angular correlation coefficient is located between 500 and 800 ns (see insert in

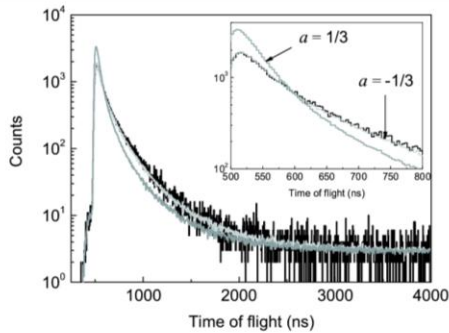


FIG. 4. Comparison between the experimental time-of-flight spectrum (black) and calculations from MC simulations, assuming either $a = -1/3$ (light gray) or $a = 1/3$ (dark gray). The insert shows the most sensitive interval to the value of the $\beta\bar{\nu}$ angular correlation coefficient a .

Fig. 4), where the signal-to-accidental ratio is 55. With the data presented here, it is possible to determine the angular correlation coefficient with a statistical precision $\Delta a/a = 0.018$, what is a factor of 5 more precise than the most precise measurement of this coefficient from a coincidence measurement in ${}^6\text{He}$ decay [25], showing the potential of this trapping technique.

The experiment presented above demonstrates that abundant quantities of radioactive ions can be efficiently trapped using a novel transparent Paul trap, and that their decay products can be recorded with suitable detectors. The technique has been tested with ${}^6\text{He}^+$ ions, which are the lightest short-lived radioactive ions ever trapped. This required the extension of the buffer gas cooling technique to the lightest accessible masses [19] and its application to radioactive species. The trapping scheme provides significantly larger efficiencies for noble gas elements than those obtained so far with MOTs and offers a more suitable environment than Penning traps for the detection of decay products. The technique can be extended to any radioactive ion, such as, for example, ${}^8\text{Li}^+$ or ${}^{19}\text{Ne}^+$, opening the possibility for new trap assisted decay experiments.

Since the completion of the experiment presented here, the efficiency of the beam preparation system was improved by almost 2 orders of magnitude [26] enabling the possibility for a high precision measurement of the angular correlation coefficient in ${}^6\text{He}$ decay.

We are grateful to J. Bregeault, Ph. Desrues, B. Jacquot, Y. Merrer, Ph. Vallerand, Ch. Vandamme, and F. Varenne for their assistance during the different phases of the project. We thank J. Blicke and Y. Lemi  re for their cooperation during the experiment. This work was supported in part by the R  gion Basse Normandie, by the NIPNET RTD network within the 6th FP (Contract No. HPRI-CT-2001-50034) and by the TRAPSPEC JRA within the I3-EURONS (Contract No. 506065). D. Rodríguez acknowledges support from the E.U. under a

Marie Curie Actions grant (Contract No MEIF-CT-2005-011269).

*Present address: SUBATECH, Ecole des Mines de Nantes, 44307 Nantes, France.

†Present address: Dep. de F  sica Aplicada, Univ. de Huelva, 21071 Huelva, Spain.

‡Present address: Dep. of Physics, College of Science, King Khalid Univ., Abha-Saudi Arabia.

- [1] G. D. Sprouse and L. A. Orozco, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **47**, 429 (1997).
- [2] G. Bollen, *Eur. Phys. J. A* **15**, 237 (2002) and references therein.
- [3] Z.-T. Lu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3791 (1994).
- [4] G. Gwinner *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3795 (1994).
- [5] J. A. Behr *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 375 (1997).
- [6] R. Guckert *et al.*, *Phys. Rev. A* **58**, R1637 (1998).
- [7] S. G. Crane *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2967 (2001).
- [8] N. D. Scielzo, S. J. Freedman, B. K. Fujikawa, and P. A. Vetter, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 102501 (2004); P. A. Vetter, J. R. Abo-Shaeer, S. J. Freedman, and R. Maruyama, *Phys. Rev. C* **77**, 035502 (2008).
- [9] A. Gorelov *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 142501 (2005).
- [10] L.-B. Wang *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 142501 (2004).
- [11] P. Mueller *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 252501 (2007).
- [12] N. Severijns, M. Beck, and O. Naviliat-Cuncic, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 991 (2006).
- [13] L. S. Brown and G. Gabrielse, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 233 (1986), and references therein.
- [14] W. Paul, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531 (1990), and references therein.
- [15] W. D. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982); E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [16] M. D. Lunney and R. B. Moore, *Int. J. Mass Spectrom.* **190/191**, 153 (1999).
- [17] F. Varenne, LIRAT: A very low energy beam line for radioactive ions, in Technical Report on Operating Accelerators 2003-2004, internal report GANIL R-05-01, 2005.
- [18] G. Darius *et al.*, *Rev. Sci. Instrum.* **75**, 4804 (2004).
- [19] G. Ban *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **518**, 712 (2004).
- [20] D. Rodríguez *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **565**, 876 (2006).
- [21] A. M  ry, Ph.D. thesis, Universit   de Caen Basse-Normandie, 2007 (unpublished).
- [22] E. Liénard *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **551**, 375 (2005).
- [23] The probability for the electron ionization, resulting in the ${}^6\text{Li}^{3+}$ ion during beta decay, was calculated to be $(233.8 + 0.4E_R) \times 10^{-4}$ as a function of the recoiling ion kinetic energy, E_R (in keV); Z. Patyk (private communication).
- [24] J. D. Jackson, S. B. Treiman, and H. W. Wyld, Jr., *Nucl. Phys.* **4**, 206 (1957).
- [25] J. B. Vise and B. M. Rustand, *Phys. Rev.* **132**, 2573 (1963).
- [26] F. Duval *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B* **266**, 4537 (2008).

Bibliographie

- [Abel09] H. Abele, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **611** (2009) 193.
- [Acho09] N.L. Achouri et al., J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. **37** (2010) 045103.
- [Adel99] E.G. Adelberger et al., Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1299.
- [Alle49] J.S. Allen et al., Phys. Rev. **75** (1949) 570.
- [Alle57] J.S. Allen et al., Phys. Rev. **107** (1957) 641.
- [Alle59a] J.S. Allen et al., Phys. Rev. **116** (1959) 134.
- [Alle59b] J.S. Allen et al., Rev. Mod. Phys. **31** (1959) 791.
- [Ban99] G. Ban et al., Document interne LPCC 99-16, 1999.
- [Ban03] G. Ban, Habilitation à diriger les recherches, UCBN, 2003.
- [Ban04] G. Ban et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **518** (2004) 712.
- [Ban05] G. Ban et al., Nucl. Phys. A **752** (2005) 67.
- [Behr09] J.A. Behr et G. Gwinner, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. **36** (2009) 033101.
- [Blau03] K. Blaum et al., Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 260801.
- [Blie08] J. Blieck et al., Rev. Sci. Instrum. **79** (2008) 103102.
- [Boot59] N.E. Booth et al., Nucl. Phys. **11** (1959) 341.
- [Boot84] A.I. Boothroyd et al., Phys. Rev. C **29** (1984) 603.
- [Bordsp] <http://www.cenbg.in2p3.fr/>
- [Buch87] W. Buchmüller et al., Phys. Lett. B **191** (1987) 442.
- [Bure95] W. Burcham et M. Jobes, *Nuclear and particle physics*, Longman Publishing Group, 2nd édition, 1995.
- [Carl63] T.A. Carlson et al., Phys. Rev. **129** (1963) 2220.
- [Cour09] C. Couratin, Rapport de stage M1, UCBN, 2009.
- [Dari04a] G. Darius et al., Rev. Sci. Instrum. **75** (2004) 4804.
- [Dari04b] G. Darius, Thèse de doctorat, UCBN, 2004.
- [Dela02] P. Delahaye, Thèse de doctorat, UCBN, 2002.
- [Desi08] DESIR : the SPIRAL2 low-energy beam facility, Technical proposal for the SPIRAL2 Instrumentation, Coordinateur : B. Blank, 2008.
- [Duva08] F. Duval et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **266** (2008) 4537.
- [Egor97] V. Egorov et al., Nucl. Phys. A **621** (1997) 745.
- [Egor01] V. Egorov et al., Proposition E341S, PAC GANIL, 2001.
- [EM06] Etudes machines, GANIL, mars 2006.
- [Fein41] E.L. Feindberg, J. Phys. (USSR) **4** (1941) 424.
- [Feyn58] R.P. Feynman et M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109** (1958) 193.
- [Fier37] M. Fierz, Z. Phys. **104** (1937) 553.
- [Flec07] X. Flécharde et al., Journal of Physics : Conf. Series **58** (2007) 431.
- [Flec08] X. Flécharde et al., Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 212504.
- [GANAC] <http://wiki.ganil.fr/gap/wiki/Documentation/VXI/listeModuleVXI>
- [Garc07] A. Garcia, 4th RIA Physics Workshop, 19-22 septembre 2007 @ http://www.int.washington.edu/talks/WorkShops/int_07_36W/
- [Gell58] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **111** (1958) 362.
- [Gluc98] F. Glück, Nucl. Phys. A **628** (1998) 493.
- [Gluc05] F. Glück et al., Eur. Phys. J. A **23** (2005) 135.
- [Gold58] M.L. Goldhaber et al., Phys. Rev. **109** (1958) 1015.

- [Gore05] A. Gorelov et al., Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 142501.
- [Guer94] D. Guerreau, XXXII Int. Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, 1994, Ed. I. Iori, Milano, 1994, 254.
- [Hard09] J.C. Hardy et I.S. Towner, Phys. Rev. C **79** (2009) 055502.
- [Hagi02] K. Hagiwara et al., Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [Halz84] F. Halzen et A.D. Martin, *Quarks and leptons*, John Wiley and Sons, 1984.
- [Herc01] P. Herczeg, Prog. Part. Nucl. Phys. **46** (2001) 413.
- [Herr58] W.B. Herrmannsfeldt et al., Phys. Rev. Lett. **1** (1958) 61.
- [Hols71] B.R. Holstein et S.B. Treiman, Phys. Rev. C **3** (1971) 1921.
- [Hols74] B.R. Holstein, Rev. Mod. Phys. **46** (1974) 789.
- [Hube03] R. Huber et al., Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 202301-1.
- [Iaco06] V.E. Iacob et al., Phys. Rev. C **74** (2006) 015501.
- [Jack57] J.D. Jackson et al., Phys. Rev. **106** (1957) 517.
- [Jack57b] J.D. Jackson et al., Nucl. Phys. **4** (1957) 206.
- [John63] C.H. Johnson et al., Phys. Rev. **132** (1963) 1149.
- [Kael64] G. Kaellen, *Elementary particle physics*, Addison Wesley Edition, 1964.
- [Klep77] W.E. Kleppinger et al., Nucl. Phys. A **293** (1977) 46.
- [Kozl08] V.Y. Kozlov et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **266** (2008) 4515.
- [Kran87] K.S. Krane, *Introductory nuclear physics*, Wiley publisher, 1987.
- [Lien98] E. Liénard, "Study of β - ν angular correlation in nuclear β decay", *Workshop : A low energy facility for SPIRAL, Bordeaux, 13 mars 1998*, non publié.
- [Lien02] E. Liénard et al., *International Conference on Nuclear Physics at Border Lines (NPBL), Lipari, Italie, 21-24 mai 2001, World Scientific* (2002) 176.
- [Lien05] E. Liénard et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **551** (2005) 375.
- [Lien06a] E. Liénard et al., *Frontiers in Nuclear Structure, Astrophysics, and Reactions (FINUSTAR), Isle of Kos, Greece, 12-17 septembre 2005, AIP Conference Proceedings 831* (2006) 44.
- [Lien06b] E. Liénard et al., Hyp. Int. **172** (2006) 29.
- [Maug04] F. Mauger, Habilitation à diriger les recherches, UCBN, 2004.
- [Mery07a] A. Méry, Thèse de doctorat, UCBN, 2007.
- [Mery07b] A. Méry et al., Eur. Phys. J. Special Topics **150** (2007) 385.
- [Migdal41] A.B. Migdal, J. Phys. (USSR) **4** (1941) 449.
- [Muir68] H. Muirhead, *The physics of elementary particles*, Pergamon Press, 1968.
- [Navi09] O. Naviliat-Cuncic et N. Severijns, Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 142302.
- [Paty07] Z. Patyk, Communication privée, 2007.
- [Perr06] F. Perrot et al., Phys. Rev. C **74** (2006) 014313.
- [PDG08] Particle Physics Booklet, Particle Data Group, édition 2008.
- [Phrasor] Phrasor Scientific Inc., Duarte, California.
- [Ridl61] B.W. Ridley, Nucl. Phys. **25** (1961) 483.
- [Rodr06] D. Rodríguez et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **565** (2006) 876.
- [Rodr07] D. Rodríguez et al., Hyp. Int. **174** (2007) 15.
- [Roentdek] <http://www.roentdek.de/>
- [Rust55] B.M. Rustad et S.L. Ruby, Phys. Rev. **97** (1955) 991.
- [Scie03] N.D. Scielzo et al., Phys. Rev. A **68** (2003) 022716.
- [Scie04] N.D. Scielzo et al., Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 102501.
- [Seve06] N. Severijns et al., Rev. Mod. Phys. **78** (2006) 991.
- [Seve08] N. Severijns et al., Phys. Rev. C **78** (2008) 055501.
- [SP1-09] Faisceaux radioactifs disponibles à SPIRAL1 – mise à jour du 20 mars 2009 : <http://pro.ganil-spiral2.eu/users-guide/accelerators/spiral-beams/helium.pdf>

- [SP2-06] "The Scientific Objectives of the SPIRAL2 Project", chapitre 8, GANIL, 2006, accessible à : <http://pro.ganil-spiral2.eu/spiral2/what-is-spiral2/physics-case/view>
- [Stra78] C. Stratowa et al., Phys. Rev. D **18** (1978) 3978.
- [Town08] I.S. Towner et J.C. Hardy, Phys. Rev. C **77** (2008) 025501.
- [Velt08] Ph. Velten et al., *18th Particules And Nuclei International Conference (PANIC), Eilat, Israël, 9-14 novembre 2008*, en publication.
- [Velt10] Ph. Velten, Thèse de doctorat, UCBN, 2010 (?).
- [Vett08] P.A. Vetter et al., Phys. Rev. C **77** (2008) 035502.
- [Vise63] J.B. Vise et B.M. Rustad, Phys. Rev. **132** (1963) 2573.
- [Voro03] V. Vorobel et al., Eur. Phys. J. A **16** (2003) 139.
- [Waut96] L. Wauters et N. Vaeck, Phys. Rev. C **53** (1996) 497.
- [Wu59] C.S. Wu, Rev. Mod. Phys. **31** (1959) 783.
- [Wu66] C.S. Wu et S.A. Moszkowski, *Beta decay*, John Wiley & Sons, 1966, p.109.